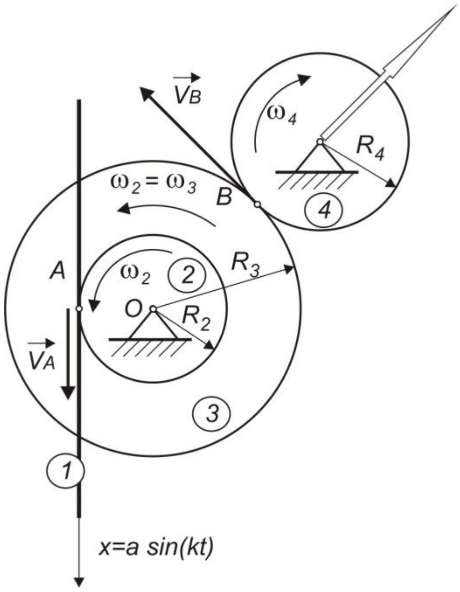
**Zadatak 7.**

U datom mernom uređaju (indikator sa kazaljkom) predaje se kretanje zupčaste poluge i zupčanika 2, koji je kruto spojen sa zupčanikom 3, a zupčanik 3 je u zahvatu sa zupčanikom 4, koji nosi kazaljku.

Odrediti ugaonu brzinu $\omega_4$ kazaljke ako je kretanje mernog štapa dato jednačinom x=asin(kt), gde su a i k konstantne veličine. Poluprečnici zupčanika su $R_2$,$R_3$ i $R_4$.




**Rešenje:**

$$x = a\,sin(kt)$$

$$\dot{x} = akcos(kt) = V_A$$

$$\dot{x} = akcos(kt) = V_A = R_2 \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{V_A}{R_2} = \frac{\dot{x}}{R_2} = \frac{ak\ cos(kt)}{R_2} = \frac{ak}{R_2}cos(kt)$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{ak}{R_2}cos(kt)$$

$$V_B = R_3 \cdot \omega_3 = R_4 \cdot \omega_4$$

$$\omega_4 = \frac{V_B}{R_4} = \frac{R_3 \cdot \omega_3}{R_4} = \frac{R_3}{R_4}\omega_3$$

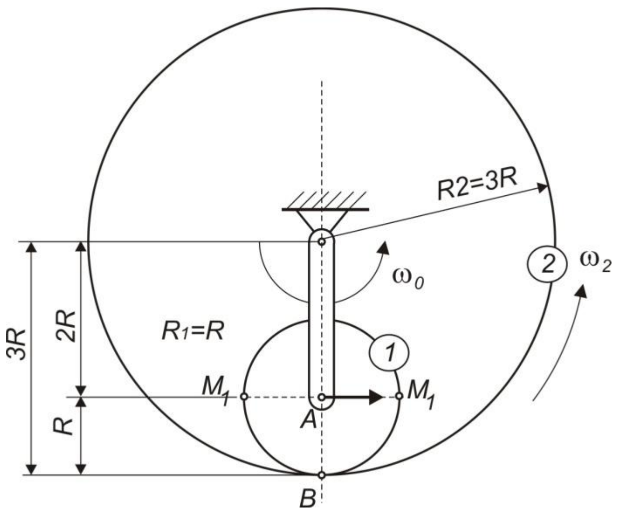
$$\omega_4 = \frac{V_B}{R_4} = \frac{R_3}{R_4}\frac{\dot{x}}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}\frac{ak}{R_2}cos(kt)$$

**Zadatak 8.**

Kod planetnog mehanizma krivaja OA se obrće ugaonom brzinom $\omega_o$ i dovodi u kretanje zupčanik 1, poluprečnika R, koji je uzubljen sa zupčanikom sa unutrašnjim uzubljenjem 2 poluprečnika 3R. Odrediti brzine tačaka $M_1$ i $M_2$ zupčanika 1 koji se nalaze na krajevima njegovog prečnika, ako je ugaona brzina zupčanika 2 $\omega_2 = 3\omega_o$

a) Ako su ugaone brzine istog smera

b) Ako su ugaone brzine suprotnih smerova




**Rešenje:**

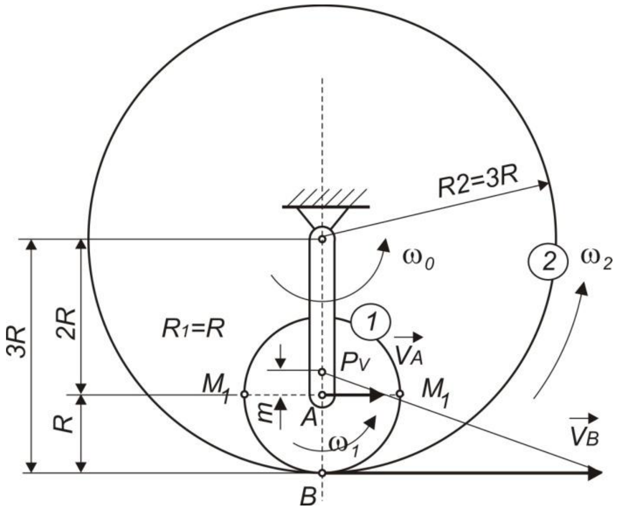
**a) Ugaone brzine su istog smera**

*Kako se krivaja okreće sa $\omega_o$ brzina tačke A tačke krivaje*

$$V_A = \overline{OA} \cdot \omega_0 = 2R\ \cdot \omega_0$$

*Kako je tačke A i tačka zupčanika 1 okreće sa $\omega_1$ oko pola $P_V$*

$V_A = \overline{PA} \cdot \omega_1$




*Kako se zupčanik 2 okreće sa $\omega_1$ brzina tačke B zupčanika 2 je*

$V_B = \overline{OB} \cdot \omega_2 = 3R\ \omega_2 = 3R\ \cdot 3\omega_0$

*Kako je tačke B i tačka zupčanika 1 okreće sa $\omega_1$ oko pola $P_V$*

$V_B = \overline{PB} \cdot \omega_1$

*Dobijen je sistem od dve jednačine sa dve nepoznate $\omega_1$ i PB, odnosno AP. Jasno je da je položaj pola na slici:*

$$\overline{PB} = R + m, odnosno\ \overline{AP} = m$$

$V_A = \overline{PA} \cdot \omega_1 = m \cdot \omega_1 = 2R \cdot \omega_0$

$V_B = \overline{PB} \cdot \omega_1 = (R + m) \cdot \omega_1 = 3R\ \cdot 3\omega_0$

Ako se oduzmu ove dve jednačine dobija se

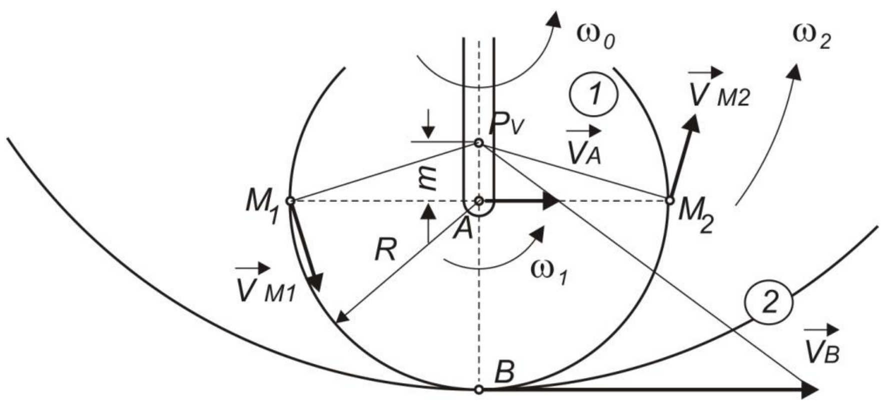
$[(R + m) - m] \cdot \omega_1 = 9R \cdot \omega_0 - 2R \cdot \omega_0$

$\boxed{\omega_1 = 7\omega_0}$

Zamenom dobijenog u izraz za $V_A$

$m \cdot \omega_1 = 2R \cdot \omega_0 \rightarrow \boxed{m = \frac{2R \cdot \omega_0}{7\omega_0} = \frac{2}{7}R}$

Brzine tačaka $M_1$ i $M_2$ su jednake jer je ista udaljenost od pola. Sa slike se vidi pravougli trougao MPA



$$\overline{MP} = \sqrt{R^2 + m^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{2}{7}R\right)^2} = R\sqrt{\frac{53}{49}} = \frac{\sqrt{53}}{7}R$$

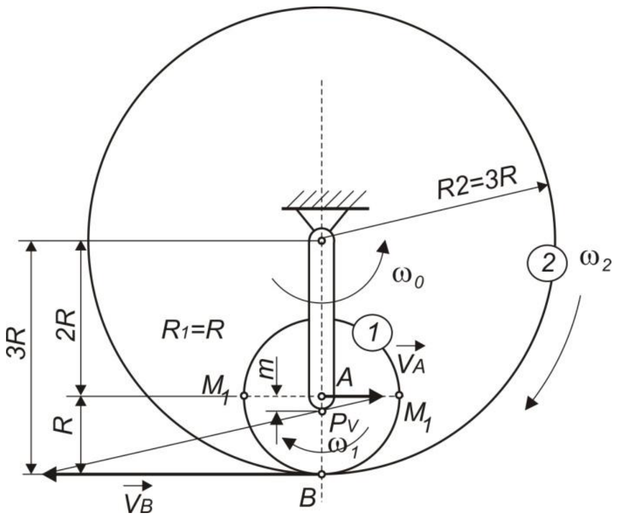
$$V_{M1} = V_{M2} = \overline{PM} \cdot \omega_1 = \frac{\sqrt{53}}{7}R \cdot 7\omega_0 = \sqrt{53}R \cdot \omega_0$$

**b) Ugaone brzine su suprotnih smerova**

*Kako se krivaja okreće sa $\omega_0$ brzina tačke A krivaje je*

$$V_A = \overline{OA} \cdot \omega_0 = 2R \cdot \omega_0$$

*Kako je tačka A i tačka zupčanika 1 okreće se ugaonom brzinom $\omega_1$ oko pola $P_V$*




$$V_A = \overline{PA} \cdot \omega_1$$

*Kako se zupčanik 2 okreće sa $\omega_1$ brzina tačke B zupčanika 2 je*

$$V_B = \overline{OB} \cdot \omega_2 = 3R\ \omega_2 = 3R \cdot 3\omega_0$$

*Kako je tačka B i tačka zupčanika 1 okreće se ugaonom brzinom $\omega_1$ oko pola $P_V$*

$$V_B = \overline{PB} \cdot \omega_1$$

*Dobijen je sistem od dve jednačine sa dve nepoznate $\omega_1$ i PB, odnosno AP. Jasno je da je položaj pola na slici:*

$$\overline{PB} = R - m, odnosno\ \overline{AP} = m$$

$$V_A = \overline{PA} \cdot \omega_1 = m \cdot \omega_1 = 2R \cdot \omega_0$$

$$V_B = \overline{PB} \cdot \omega_1 = (R - m) \cdot \omega_1 = 3R \cdot 3\omega_0$$

Ako se saberu ove dve jednačine dobija se

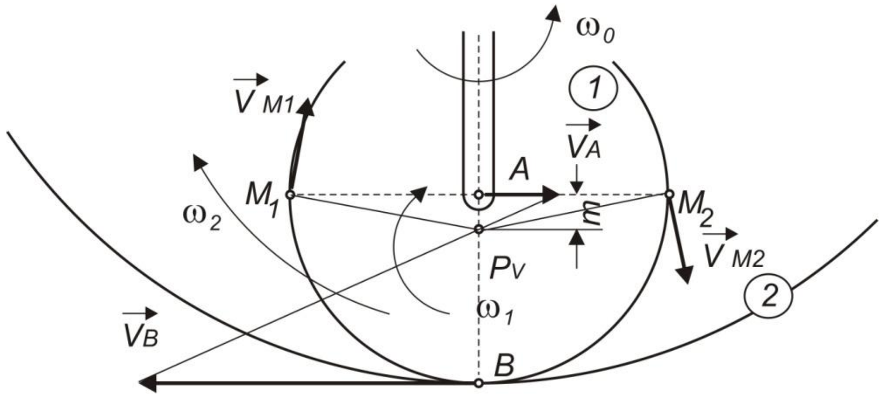
$$[m + (R - m)] \cdot \omega_1 = 2R \cdot \omega_0 + 9R \cdot \omega_0$$

$$\boxed{\omega_1 = 11\omega_0}$$

Zamenom dobijenog u izraz za $V_A$

$$m \cdot \omega_1 = 2R \cdot \omega_0 \rightarrow \boxed{m = \frac{2R \cdot \omega_0}{11\omega_0} = \frac{2}{11}R}$$

Brzine tačaka $M_1$ i $M_2$ su jednake jer je ista udaljenost od pola. Sa slike se vidi pravougli trougao MPA




$$\overline{MP} = \sqrt{R^2 + m^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{2}{11}R\right)^2} = R\sqrt{\frac{121+4}{11}} = \frac{5\sqrt{5}}{11}R$$

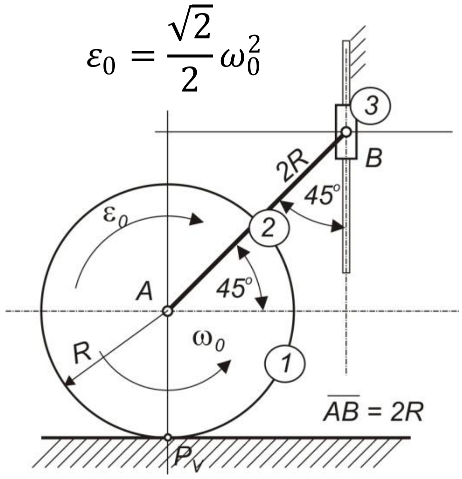
$$V_{M1} = V_{M2} = \overline{PM} \cdot \omega_1 = \frac{5\sqrt{5}}{11}R \cdot 11\omega_0 = 5\sqrt{5}R \cdot \omega_0$$

**Zadatak 9.**

Mehanizam prikazan na slici se sastoji od kružnog cilindra 1 koji se kotrlja bez klizanja po horizontalnoj ravni, štapa AB, 2 i klizača B, 3 koji se kreće po vertikalnoj vođici. Štap je u tačkama A i B zglobno vezan za cilindar i klizač.

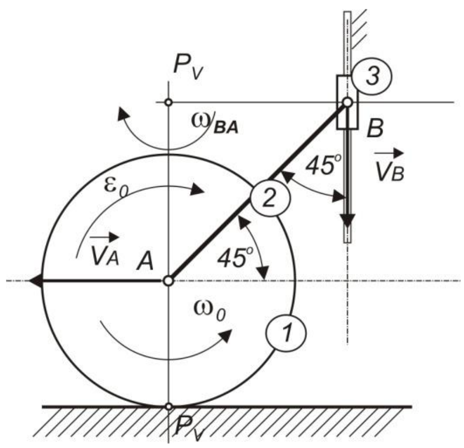
U konfiguraciji kao na slici odrediti brzinu i ubrzanje tačke B, ako su poznate ugaona brzina i ugaono ubrzanje kružnog cilindra. $\omega_o$ $i$ $\varepsilon_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0^2$

$$\varepsilon_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0^2$$




**Rešenje:**

*Kako se kružni cilindar kotrlja sa $\omega_0$ tačka A cilindra se kreće brzinom $V_A$*




$$V_A = \overline{P_{V0}A} \cdot \omega_0 = R \cdot \omega_0$$

*Projekcija brzine tačke A štapa AB na taj pravac i projekcija brzine klizača koja mora biti vertikalna na pravac štapa su jednake*

$$V_A \cos 45° = V_B \cos 45°$$

$$\boxed{V_A = V_B}$$

*Trenutni pol brzina štapa je u preseku normala na brzine $V_A$ i $V_B$ koji je udaljen od A*

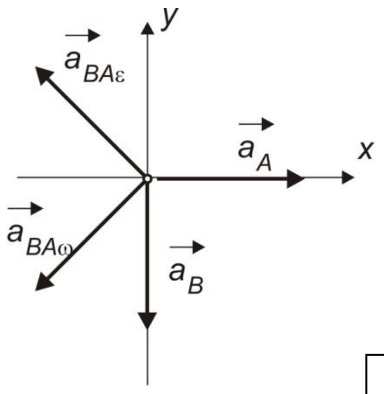
$$V_A = \overline{PA} \cdot \omega_{BA} = 2R\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \omega_{BA} = R\sqrt{2} \cdot \omega_{BA}$$

$$V_A = R \cdot \omega_0 = R\sqrt{2} \cdot \omega_{BA} \rightarrow \boxed{\omega_{BA} = \frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0}$$

*Ubrzanje tačke A koja se kreće pravolinijski je samo tangencijalno*

$$V_A = R \cdot \omega_0$$

$$a_A = \frac{dV_A}{dt} = R \cdot \frac{d\omega_0}{dt} = R\varepsilon_o = R\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0^2$$




*Ubrzanje tačke A koja se kreće pravolinijski suprotnog je smera od brzine zbog pokazanog smera ugaonog ubrzanja u zadatku*

$$a_{BA\varepsilon} = 2R \cdot \varepsilon_{BA}$$

$$a_{BA\omega} = 2R \cdot \omega^2{}_{BA} = 2R\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0\right)^2 = R\omega_0^2$$

$$\boxed{\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA\varepsilon} + \vec{a}_{BA\omega}}$$

*Projekcije ubrzanja na ose*

$$x: \quad 0 = -a_A + \frac{\sqrt{2}}{2}a_{BA\varepsilon} + \frac{\sqrt{2}}{2}a_{BA\omega}$$

$$y: \quad -a_B = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2}a_{BA\varepsilon} - \frac{\sqrt{2}}{2}a_{BA\omega}$$

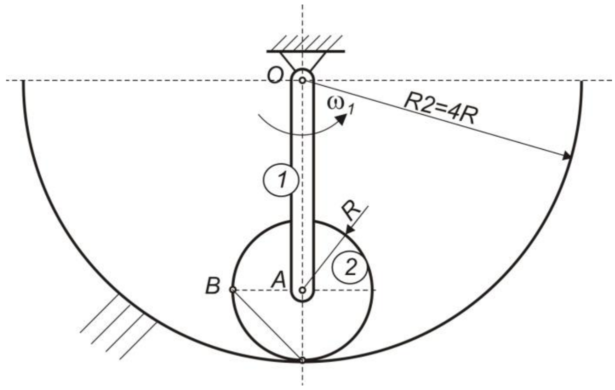
$$x: \quad 0 = R\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}a_{BA\varepsilon} + \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_0^2 \rightarrow a_{BA\varepsilon} = 2R \cdot \varepsilon_{BA} = 2R\omega_0^2$$

$$y: \quad -a_B = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2}2R\omega_0^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_0^2$$

$$\boxed{a_B = \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_0^2}$$

**Zadatak 10.**

Kod planetnog mehanizma krivaja OA se obrće ugaonom brzinom $\omega_1$ i dovodi u kretanje zupčanik 1, poluprečnika R, koji je uzubljen sa zupčanikom sa unutrašnjim uzubljenjem 2 poluprečnika 4R. Odrediti brzine tačaka B zupčanika 1 koja se nalaze na kraju njegovog prečnika, ako je zupčanik 2 sa unutrašnjim ozubljenjem nepokretan.

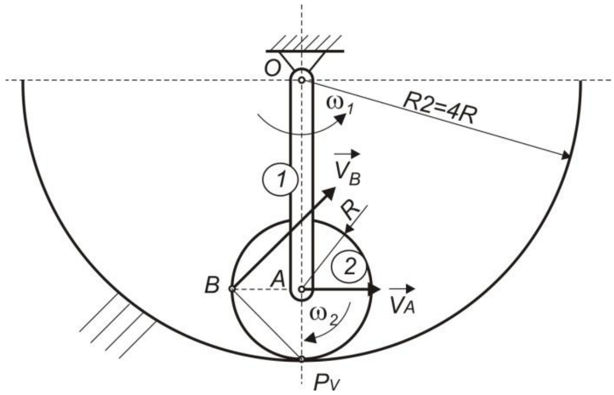



**Rešenje:**

*Kako se krivaja okreće sa $\omega_1$brzina tačke A tačke krivaje*

$$V_A = \overline{OA} \cdot \omega_1 = 3R \cdot \omega_1$$

*Kako je tačke A i tačka zupčanika 1*




*okreće sa $\omega_2$ oko pola $P_V$ jasno je da je položaj pola na slici mesto kontakta zupčanika pa je:*

$$V_A = \overline{PA} \cdot \omega_2 = R \cdot \omega_2$$

*Ugaona brzina a zupčanika kojom se okreće oko centra A $\omega_2$*

$$\omega_2 = \frac{V_A}{R} = \frac{3R}{R} \cdot \omega_1$$

*Jasno je da je položaj tačke B na slici :*

$$\overline{PB} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

$$V_B = \overline{PB} \cdot \omega_1 = R\sqrt{2} \cdot \omega_1 = R\sqrt{2} \cdot 3\omega_1$$