

## Prethodno predavanje

Statika je deo mehanike koji se bavi:

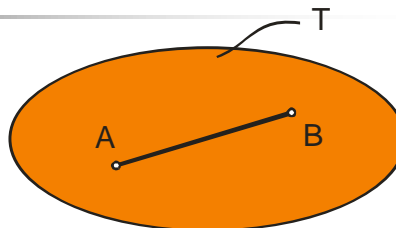
- Određivanjem uslova ravnoteže krutih tela koja su izložena mehaničkom dejstvu
- Slaganjem sila i svođenjem sistema na prostiji

Korišćeni i definisani pojmovi:

- Apsolutno kruto telo
- Mehaničko dejstvo
- Pojam mirovanja i kretanja
- Pojam referentnog tela
- Pojam ravnoteže
- Sila - prva mera mehaničkog dejstva

1

## Pojam krutog tela u mehanici



$$\overline{AB} = \text{const}$$

Apsolutno kruto telo **T** je telo kod koga rastojanje  $\overline{AB}$ , između bilo koje dve tačke tela, pod dejstvom sila ostaje nepromenjeno ( $\overline{AB} = \text{const}$ )

Apsolutno kruto telo je idealizacija koja se uvodi u mehanici

2



## Pojam mehaničkog kretanja

---

- Sva tela u prirodi se kreću
  - Ljudi u odnosu na zemlju
  - Zemlja u odnosu na Sunce
  - Sunčev sistem se kreće kroz prostor
- U prirodi ne postoji apsolutno mirovanje i apsolutno kretanje

3



## Prema mogućnosti kretanja tela

---

- Slobodna
  - Slobodno pomeranje iz jednog položaja u drugi: let aviona u vazduhu, ispaljen projektil, paraglajder
- Vezana
  - Ograničenje kretanja nekim drugim telom: voz po šinama, lift u zgradi, automobil, brod

4

## Prema mogućnosti kretanja tela – slobodna tela



5

## Prema mogućnosti kretanja tela – vezana tela



6

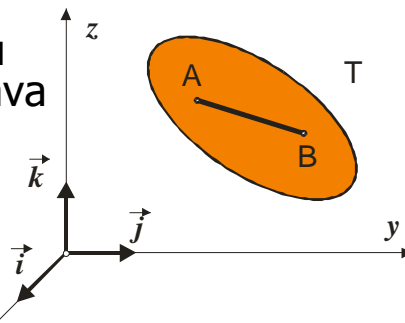
## Mehanička veza

Mehanička veza je telo koje onemogućava slobodno kretanje drugom telu

7

## Referentno telo

Referentno telo je telo u odnosu na koje se izučava kretanje ili mirovanje drugih tela



Najčešće za to referentno telo  
vežemo koordinatni sistem da bi u  
njemu vršili proračune

8



## Ravnoteža tela

---

Za telo se kaže da je u ravnoteži ukoliko ne menja svoj položaj u odnosu na referentno telo, odnosno ne kreće se u odnosu na njega

9



## Prva mera mehaničkog dejstva - **SILA**

---

- Sila je mera mehaničkog dejstva
- Sila teži da izazove kretanje tela ukoliko telo miruje ili da promeni oblik postojećem kretanju ukoliko se telo kretalo
- Sila je vektorska veličina

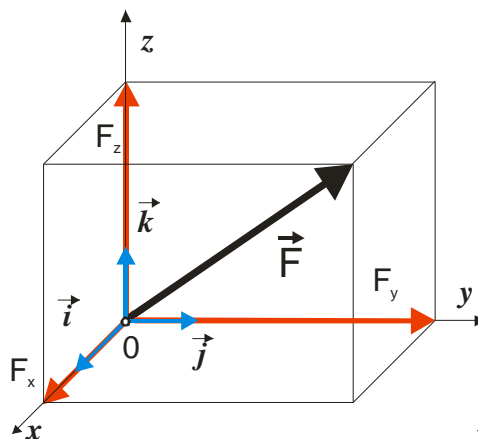
10

## Prva mera mehaničkog dejstva - SILA

Sila je definisana

- Pravcem dejstva
- Smerom dejstva
- Intezitetom
- Napadnom tačkom dejstva

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$



11

## Sile mogu biti

- Aktivne – mogu da izazovu kretanje (sila teže, elektromagnetna sila...)
- Pasivne – ne izazivaju kretanje (reakcije veza, sile trenja...)

Prema mestu dejstva:

- Spoljašnje – sile kojima drugo telo deluje na posmatrano
- Unutrašnje – sile međusobnog dejstva delića tela unutar tog tela

12

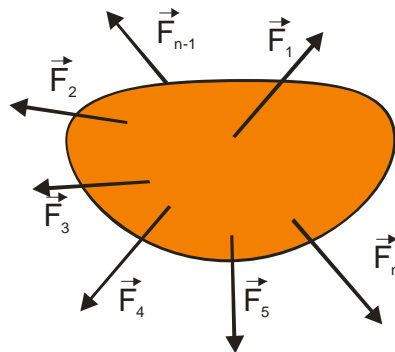
## Sile prema dejstvu mogu biti

- Koncentrisane – deluju na tačno određenom mestu u jednoj tački
- Kontinualne sile – deluju u nizu tačaka
  - Površinske deluju na površinu kontakta između dva tela
  - Zapreminske deluju na svaki delić posmatranog tela

13

## Sistem sila

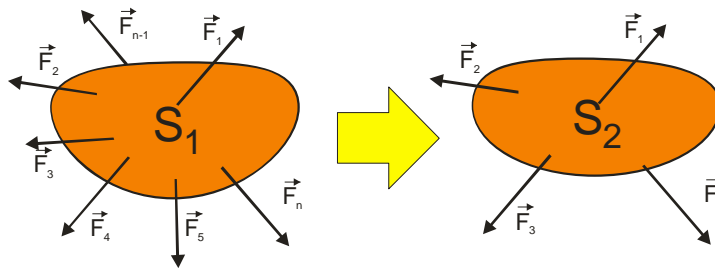
- Ukoliko na telo istovremeno deluje više sila onda one formiraju ***sistem sila***



14

## Sistem sila

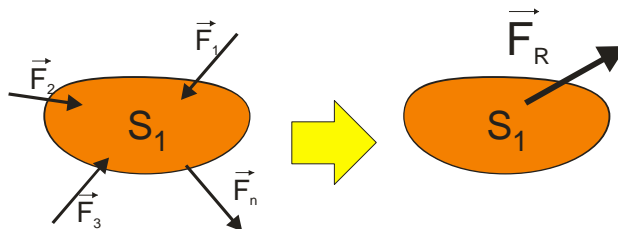
- Ukoliko jedan sistem sila možemo da zamenimo drugim sistemom, a da se pri tom stanje mirovanja ili kretanja ne poremeti, tada su ta dva sistema sila **EKVIVALENTNA**.



15

## Rezultanta sistema sila

- Ukoliko sistem sila možemo da zamenimo samo jednom silom a da se pri tom stanje mirovanja ili kretanja ne poremeti, tada je ta sila **REZULTANTA SISTEMA SILA**.



16





## Uravnotežen sistem sila

---

- Sistem sila je **uravnotežen** ukoliko pri njegovom delovanju telo ne menja svoje prvobitno stanje kretanja ili mirovanja

17



## Aksiome statike

---

- Aksiomi statike
- Veze i reakcije veza

18



## Aksiome statike

---

- Aksiome su istine koje se matematički ne dokazuju
- Aksiome su formirane na osnovu opažanja i eksperimentalnih ispitivanja
- Teoreme su istine koje se matematički na osnovu aksioma dokazuju. Teoreme su izvedene iz aksioma

19



## Aksiome statike

---

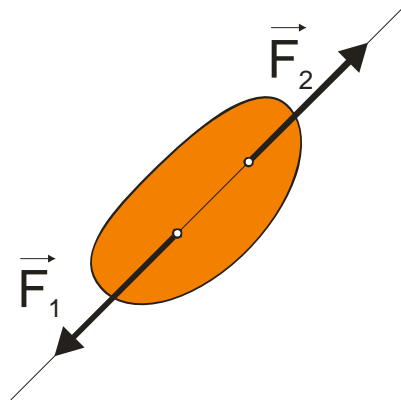
Statika se temelji na nekoliko postavki – aksioma

1. Aksioma o uravnoteženim silama
2. Aksioma o mehaničkom dejstvu
3. Aksioma o paralelogramu sila
4. Aksioma o dejstvu i protivdejstvu
5. Aksioma o solidifikaciji
6. Aksioma o vezama

20

## Aksioma 1 – aksioma o uravnoteženim silama

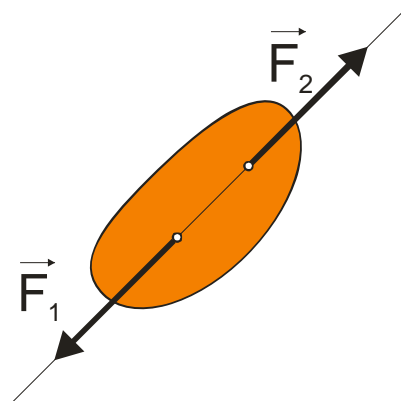
- Ako na slobodno kruto telo deluju dve sile, to telo će biti u ravnoteži, ako su te dve sile istog pravca, intenziteta, a suprotnog smera.



21

## Aksioma 1 – aksioma o uravnoteženim silama **prva posledica**

- Uravnotežene sile su dve sile koje deluju duž iste napadne linije, sa istim intenzitetom, a suprotnim smerom
- Ako na telo deluje jedna sila ono ne može da bude u ravnoteži



Ravnoteža tela pod dejstvom dve sile

22

## Aksioma 1 – aksioma o uravnoteženim silama prva posledica



- Uravnotežene sile su dve sile koje deluju duž iste napadne linije, sa istim intenzitetom, a suprotnim smerom

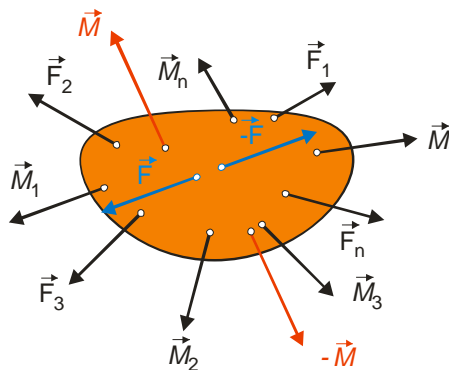
23

Mehanika 1

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu

Mehaničko dejstvo datog sistema sila i spregova koji deluju na kruto telo se ne menja, ako se tom sistemu dodaju ili oduzmu

- dve uravnotežene sile ili
- dva uravnotežena sprega.

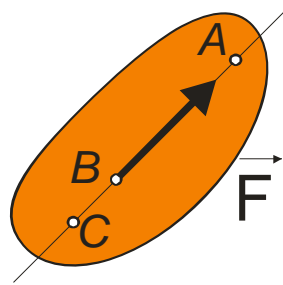


$$(\vec{M}, -\vec{M}) (\vec{F}, -\vec{F})$$

24

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu prva posledica: sila-klizajući vektor

- Sila koja deluje na kruto telo može se pomerati duž svoje napadne linije, a da se pri tome ne promeni njeno mehaničko dejstvo na telo
- Ukoliko deluje na kruto telo **sila je klizajući vektor**



Pomeranje sile duž njene napadne linije

25

## Aksioma 1 – aksioma o uravnoteženim silama prva posledica

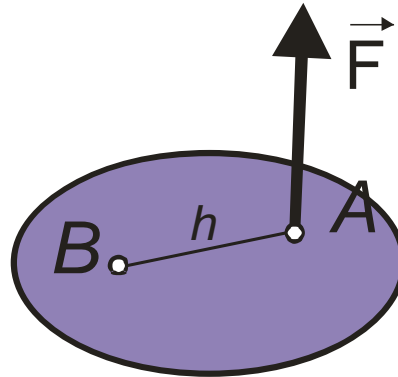


- Sila koja deluje na kruto telo može se pomerati duž svoje napadne linije, a da se pri tome ne promeni njeno mehaničko dejstvo na telo
- Ukoliko deluje na kruto telo **sila je klizajući vektor**

26

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu druga posledica: Redukcija sile za tačku

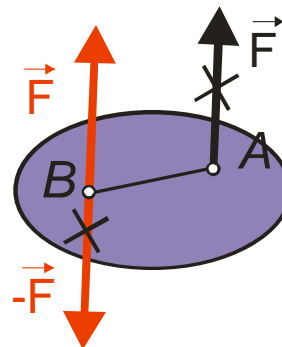
- Ako na kruto telo u tački A deluje sila  $F$ , može se paralelno pomeriti u tačku B ako se dejstvu te sile doda dejstvo sprega  $M$  čije je dejstvo  $F \times h$



27

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu druga posledica: Redukcija sile za tačku

- Dodavanjem dve sile istog pravca, **paralelnog pravcu sile u tački A**, a suprotnih smerova intenziteta istog intezitetu sile u tački A.



$+\vec{F}$ , i  $-\vec{F}$  u tački B

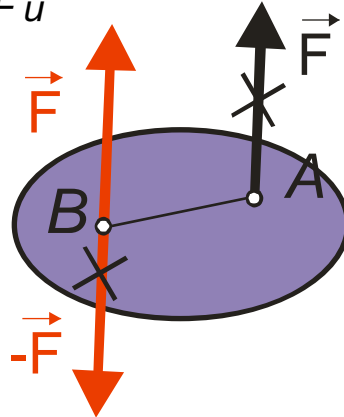
28

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu druga posledica: Redukcija sile za tačku

- Aksijalno dejstvo  $-F$  u B i  $+F$  u A se poništava
- Ostaje nastali moment i pomena sila

$$\vec{M} = \vec{BA} \times \vec{F}$$

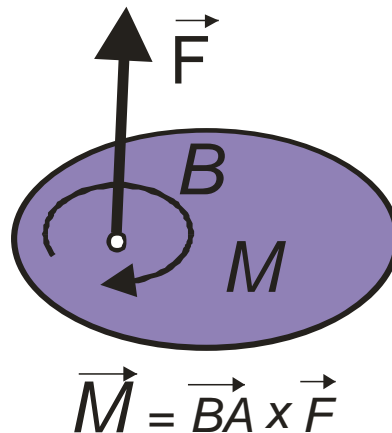
$$M = F \times h$$



29

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu druga posledica: Redukcija sile za tačku

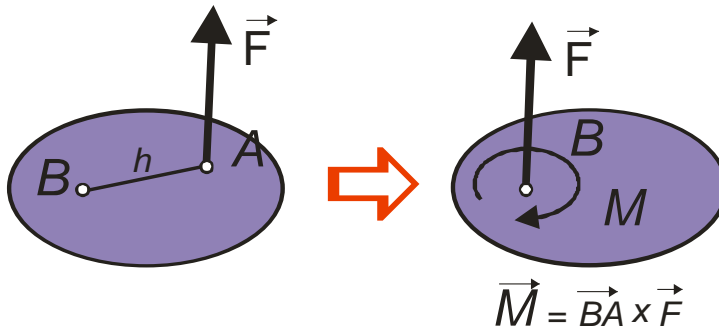
- Dodavanjem dve sile istog pravca, **paralelnog pravcu sile u tački A**, a suprotnih smerova intenziteta istog intenzitetu sile u tački A.
- Dobija se pomena sila u tačku B i dejstvo sprega M dve sile koje deluju u tačkama A i B



$$\vec{M} = \vec{BA} \times \vec{F}$$

30

## Aksioma 2 – aksioma o mehaničkom dejstvu druga posledica: Redukcija sile za tačku



Ako na kruto telo u tački A deluje sila  $F$ , može se paralelno pomeriti u tačku B ako se dejstvu te sile doda dejstvo sprega  $M$  čije je dejstvo  $Fxh$

31

## Aksioma 2 - druga posledica: Redukcija sile za tačku

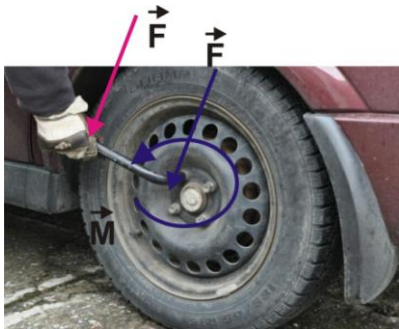


- Zamena točka
- Odviti zavrtnjeve za vezu –potreban je moment
- Ručno je na raspolaganju ključ
- Delovanje silom na kraj ključa

32



## Aksioma 2 - druga posledica: Redukcija sile za tačku



- Ključ je zahvatio zavrtnaj veze točka
- Sila radnika se prenosi na zavrtnaj
- Posledica pomeranja je moment koji odvija zavrtnaj

33

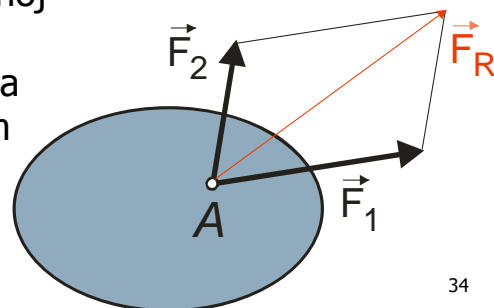
Mehanika 1

## Aksioma 3 – aksioma o paralelogramu sila

Dve sile koje deluju u istoj napadnoj tački, imaju rezultantu u istoj napadnoj tački koja je u pravcu dijagonale paralelograma konstruisanog nad datim silama

Rezultanta sile

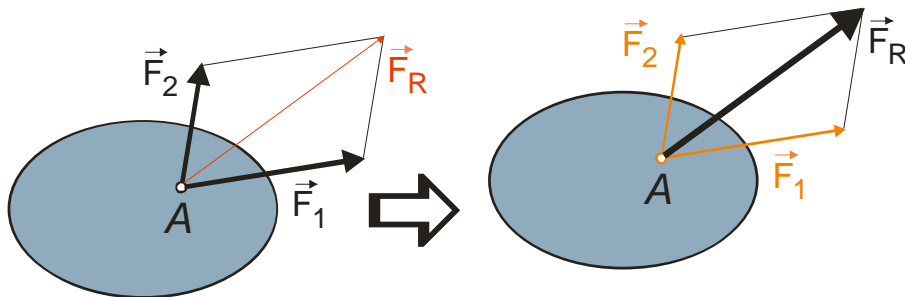
$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



34

## Aksioma 3 – aksioma o paralelogramu sila posledica

- Dejstvo dve sile u istoj napadnoj tački može se zameniti delovanjem rezultante te dve sile u toj tački



35

## Aksioma 3 – aksioma o paralelogramu sila posledica



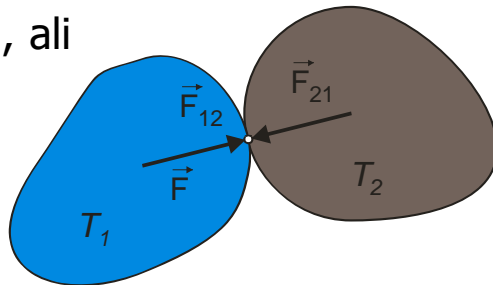
- Dejstvo dve sile u istoj napadnoj tački može se zameniti delovanjem rezultante te dve sile u toj tački
- Sanke idu u pravcu rezultante sila kojima vuku psi

36

## Aksioma 4 – aksioma o dejstvu i protivdejstvu

Dve tela deluju jedno na drugo silama istog pravca i intenziteta, ali suprotnih smerova

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



Sile ne čine uravnotežen sistem jer ne deluju na isto telo

37

## Aksioma 4 – aksioma o dejstvu i protivdejstvu



- Sila kojom puška deluje na puščano zrno jednaka je sili kojom zrno deluje na pušku ali u suprotnom pravcu odnosno na rame strelca

38



## Aksioma 5 – aksioma o solidifikaciji

---

Ako se bilo koje deformabilno telo nalazi u ravnoteži pod dejstvom sila i spregova, onda će ostati u ravnoteži i ako deformabilno telo postane apsolutno kruto telo.

**OBRNUTO NE VAŽI**

39



## Aksioma 6 – aksioma o vezama

---

Svako neslobodno ili vezano telo može se smatrati slobodnim, ako se veze uklone i dejstvo tih mehaničkih veza zameni reakcijama veza

40

## Aksioma 6 – aksioma o vezama



41

## Aksioma 6 – aksioma o vezama



42

## Aksioma 6 – aksioma o vezama



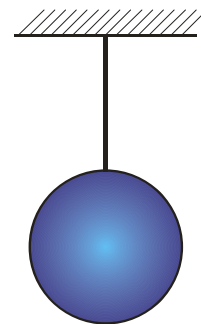
43

Mehanika 1



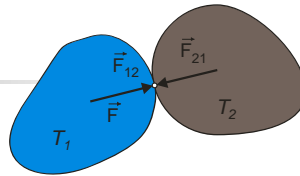
## Veze i reakcija veza

- Telo čije je pomicanje u prostoru ometano drugim telom zove se **vezano** (neslobodno) **telo**.
- Svako telo koje ograničava (sprečava) pomicanje u prostoru datog tela zove se **VEZA**.



44

## Veze i reakcije veza

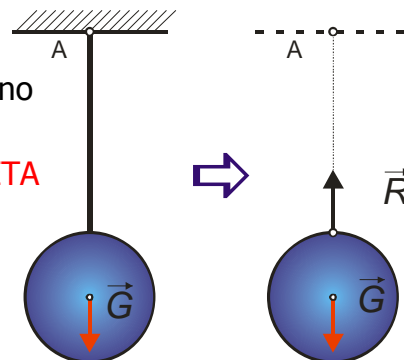


- Telo deluje na vezu silom opterećenja veze
- Na osnovu aksiome o dejstvu i protivdejstvu i veza deluje na posmatrano telo silom istog pravca i intenziteta, ali suprotnog smera
- Sile kojima **veza** deluje na posmatrano telo zovu se **REAKCIJE VEZE**

45

## Veze i reakcije veza NERASTEGLJIVO UŽE

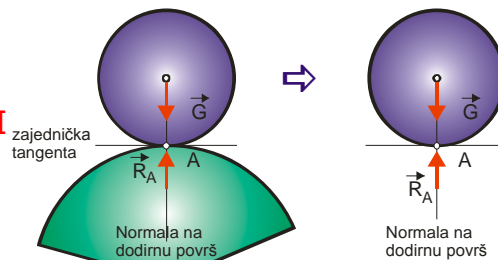
- Uže se smatra lakim (zanemarljive težine), idealno savitljivo i nerastegljivo
- Uže može da služi kao veza jedino kad je napregnuto na istežanje
- Reakcija veze je **U PRAVCU UŽETA I USMERENA JE KA TAČKI VEŠANJA**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze



46

## Veze i reakcije veza GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLOMAC

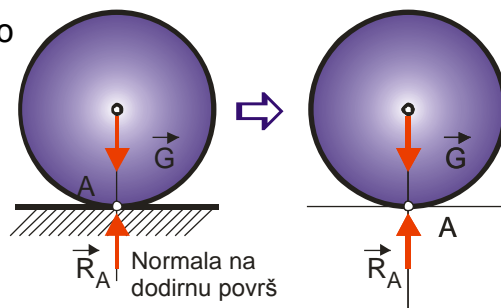
- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze



47

## Veze i reakcije veza GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLOMAC

- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze

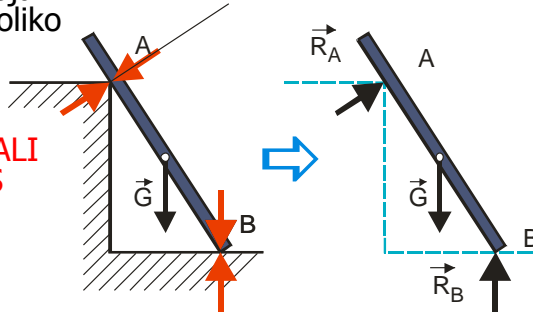


48



## Veze i reakcije veza GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLOMAC

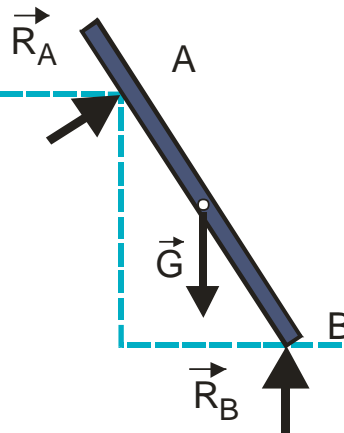
- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNICKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze



49

## Veze i reakcije veza GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLOMAC

1. Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze

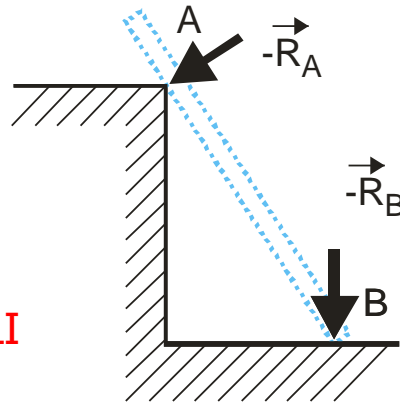


50

## Veze i reakcije veza

## GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLONAC

- Telo deluje na glatku površ SILOM PRITISKA NA VEZU
- Sila pritiska na vezu je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**

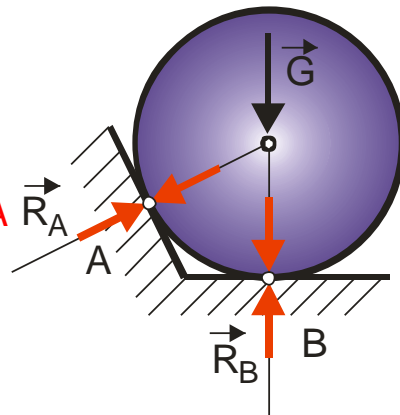


51

## Veze i reakcije veza

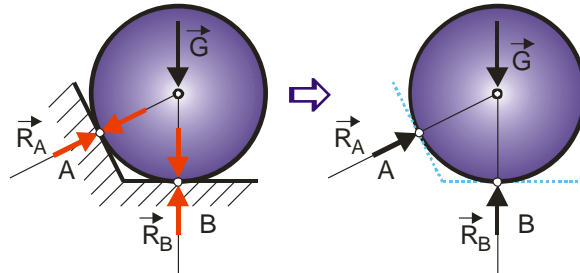
## GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLONAC

- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**



52

## Veze i reakcije veza GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLONAC

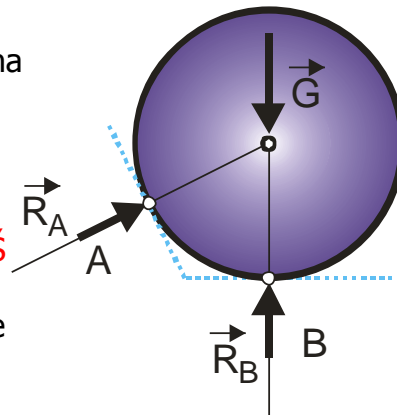


- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze

53

## Veze i reakcije veza GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLONAC

- Glatka površ u statici je površina bez trenja koja se ne protivi silom ukoliko telo kliza po njoj
- Reakcija veze je **USMERENA PO ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA DODIRNU POVRŠ**
- Vezu zamenjujemo reakcijom i dobijamo slobodno telo na koje deluje reakcija veze

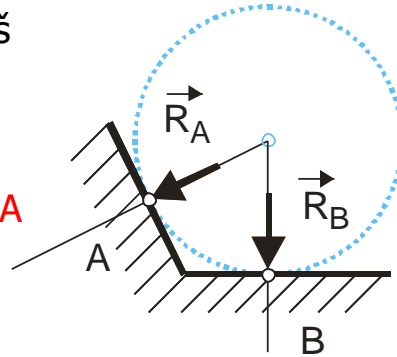


54

## Veze i reakcije veza

**GLATKA POVRŠ I GLATKI OSLOMAC**

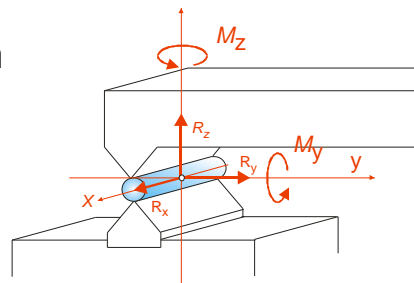
- Telo deluje na glatku površ  
SILOM PRITISKA NA VEZU
- Sila pritiska na vezu je  
**USMERENA PO  
ZAJEDNIČKOJ NORMALI NA  
DODIRNU POVRŠ**



55

**CILINDRIČNI ZGLOB U PROSTORU  
(ŠARNIR)**

- Cilindrični zglob je veza  
dva tela sa osovinom
- Reakcije veze su
  1. **PROSTORNA SILA**
  2. **MOMENT** u ravni  
normalnoj na osu  
osovine



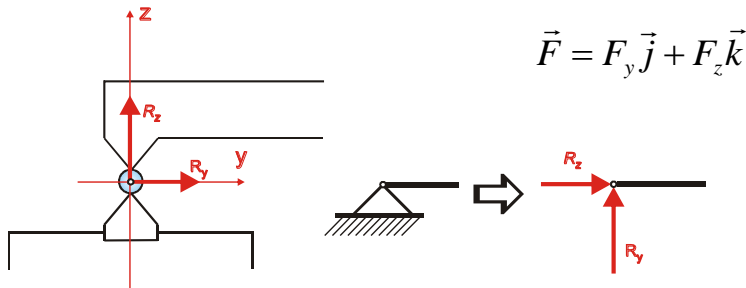
$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{M} = 0_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$

56

## Veze i reakcije veza cilindrični zglob u ravni

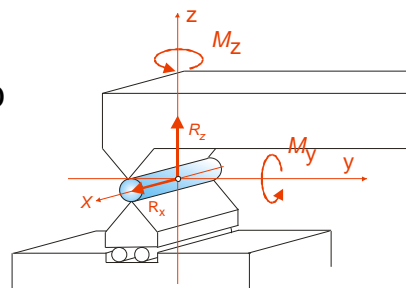
- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni
- Reakcija veze je **ravanska sila**



57

## Veze i reakcije veza POKRETNI CILINDRIČNI ZGLOB U PROSTORU

- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom i mogućnošću kretanja po ležištu
- Reakcije veze su
  1. **SILA** u ravni koja sadrži osu cilindra
  2. **MOMENT** u ravni normalnoj na osu osovine

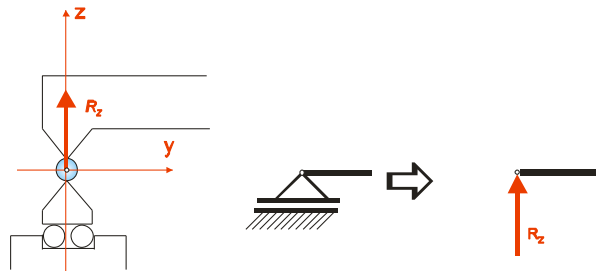


58

## Veze i reakcije veza

**Pokretni cilindrični zglob u ravni**

- Pokretni cilindrični zglob je veza dva tela sa osovnom u ravni i mogućnošću kretanja po ležištu
- Reakcije veze je **normalna sila**  $\vec{F} = F_z \vec{k}$

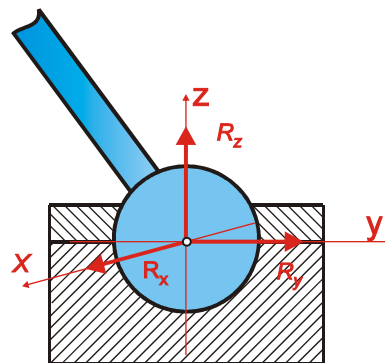


59

## Veze i reakcije veza

**SFERNI ZGLOB**

- Sferni zglob je veza koja omogućava rotiranje oko bilo koje ose u prostoru, a sprečava pomeranje u svim pravcima
- Reakcija veze je **SILA u PROSTORU**



$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

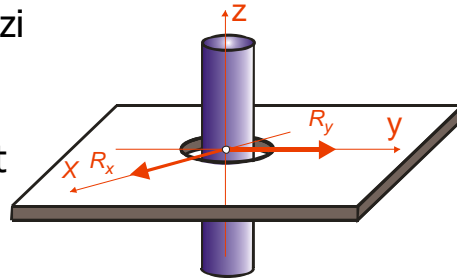
60

## Veze i reakcije veza cilindrične VOĐICE

- Vođica je mehanička veza kada štap prolazi kroz otvor na tankoj ploči, pri čemu se smatra da se kontakt ostvaruje po liniji
- Reakcija veze je

**SILA u RAVNI PLOČICE**

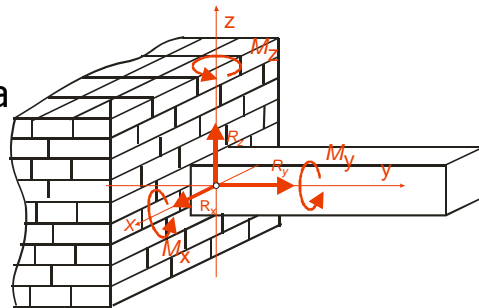
$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + 0 \vec{k}$$



61

## Veze i reakcije veza UKLJEŠTENJA u prostoru

- Veza uklještenja je kada se zavari profil za noseću konstrukciju ili uzida greda u zid
- Reakcije veze su



- SILA u PROSTORU**
- MOMENT u PROSTORU**

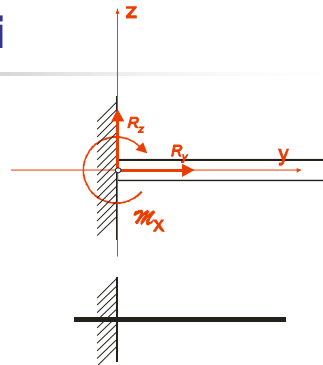
$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$\vec{M} = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k}$$

62

## Veze i reakcije veza UKLJEŠTENJA u ravni

- Veza uklještenja je kada se zavari profil za noseću konstrukciju ili uzida greda u zid
- Reakcije veze su



1. **SILA u RAVNI**

$$\vec{F} = 0\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

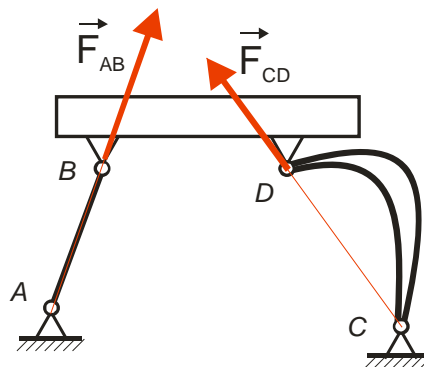
2. **MOMENT u RAVNI**

$$\vec{M} = M_x\vec{i}$$

63

## Veze i reakcije veza **LAKI ŠTAP**

- Veza je ostvarena lakim štapom (zanemarljive težine)
- Reakcija veze je **SILA u PRAVCU KRAJNJIH TAČAKA**



$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + 0\vec{k}$$

64





## Aksioma 6 – aksioma o vezama

---

Svako neslobodno ili vezano telo može se smatrati slobodnim, ako se veze uklone i dejstvo tih mehaničkih veza zameni reakcijama veza

65



## Postupak rešavanja zadatka

---

- Uočiti telo čija se ravnoteža izučava
- Osloboditi telo veza, a njihovo dejstvo zameniti odgovarajućim reakcijama
- Uočiti o kakvom sistemu sila je reč i primeniti odgovarajuće uslove ravnoteže
- Uočiti nepoznate veličine

66



## Aksioma 6 – aksioma o vezama

---

Svako neslobodno ili vezano telo može se smatrati slobodnim , ako se veze uklone i dejstvo tih mehaničkih veza zameni reakcijama veza



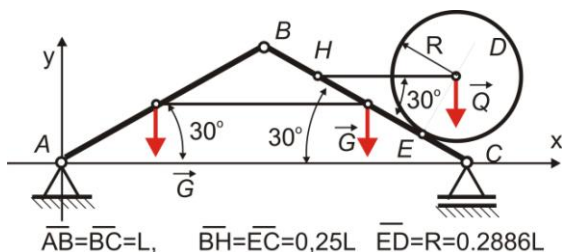
## Ravnoteža sistema tela

---

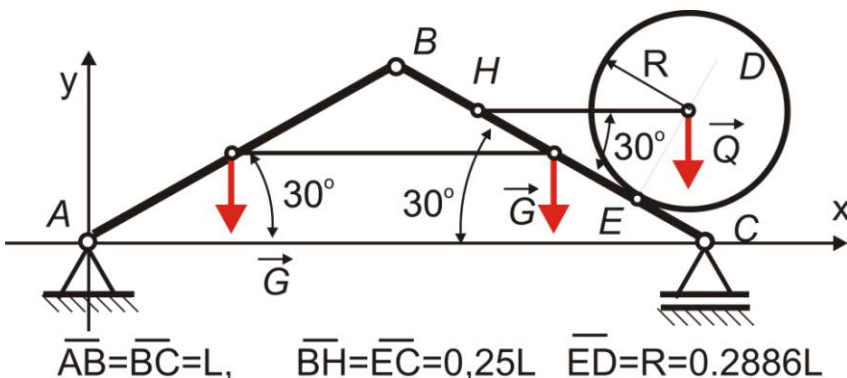
- U praksi čest slučaj je odrediti uslove ravnoteže više tela vezanih tela istovremeno
- Ravnotežu tela koja međusobno deluju jedno na drugo
- Radi se o ravnoteži sistema tela

## Ravnateža sistema tela primer

- Sistem tela dva teška štapa, težina po  $G$ , vezana zglobno B i sredinama spojeni užetom
- za štap BC je vezana horizont. užetom kugla,  $Q$ , poluprečnika  $R$
- oslonjen u tački A nepokretni, u tački C pokretni oslonac

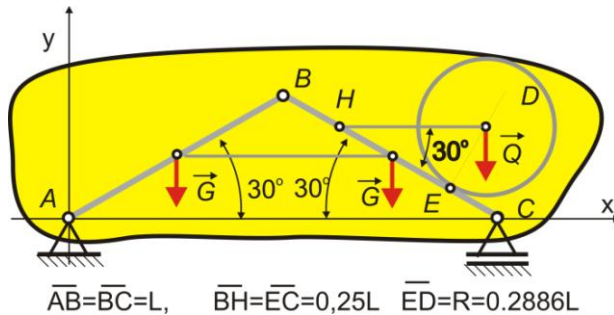


## Ravnateža sistema tela primer



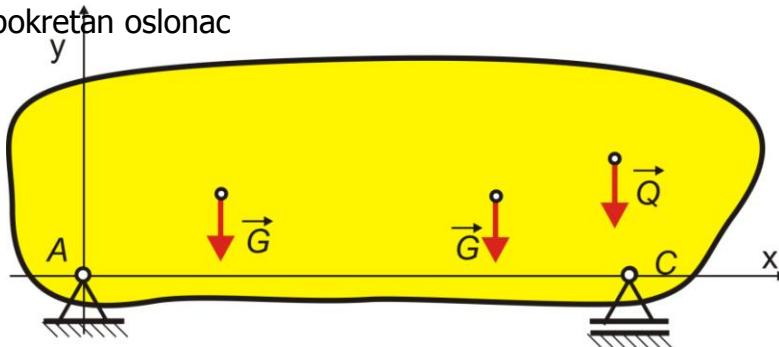
## Ravnoteža sistema tela primer

- Sistem zamenjen jednim telom oslonjenim u tačkama A i C sa opterećenjima i reakcijama veza
- A nepokretan oslonac
- C pokretan oslonac



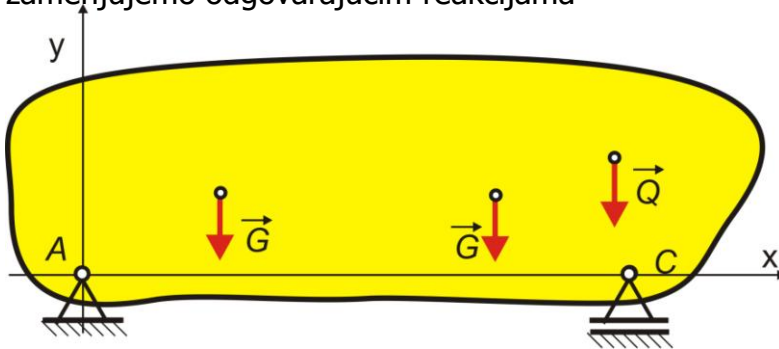
## Ravnoteža sistema tela primer

- Sistem zamenjen jednim telom oslonjenim u tačkama A i C sa opterećenjima i reakcijama veza
- A nepokretan oslonac
- C pokretan oslonac



## Ravnoteža sistema tela **primer**

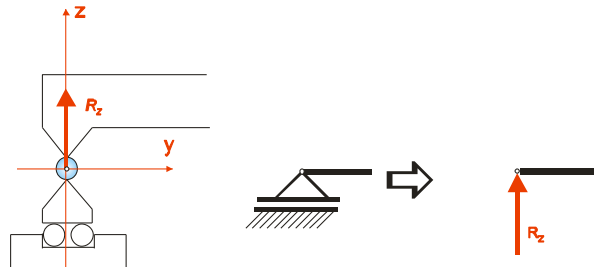
- Aksioma 6: svako telo se može smatrati slobodnim ako se veze zamene odgovarajućim reakcijama veza
- vezu A nepokretnim osloncem i C pokretnim osloncem zamenjujemo odgovarajućim reakcijama



## Veze i reakcije veza

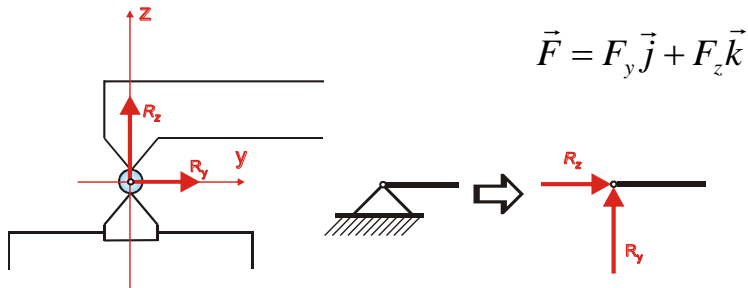
### Pokretni cilindrični zglob u ravni

- Pokretni cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni i mogućnošću kretanja po ležištu
- Reakcije veze je **normalna sila**  $\vec{F} = F_z \vec{k}$



## Veze i reakcije veza cilindrični zglob u ravni

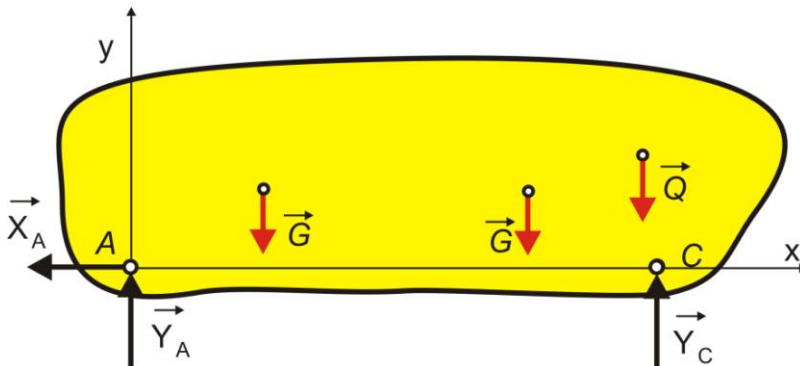
- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni
- Reakcija veze je **ravanska sila**



75

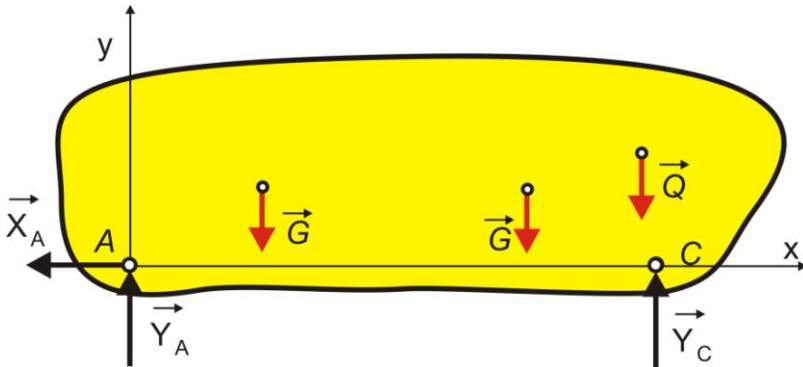
## Ravnateža sistema tela **primer**

- slobodno telo sa reakcijama veza



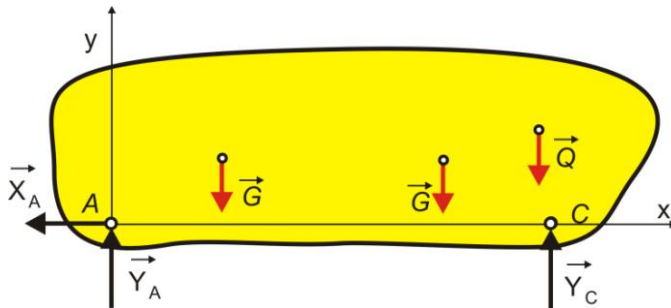
## Ravnoteža sistema tela primer

- slobodno telo sa reakcijama veza



## Ravnoteža sistema tela primer

- Za prikazano telo sa reakcijama veza postavljaju se uslovi ravnoteže za sistem u ravni
- Tri jednačine i tri nepoznate sistem je rešiv

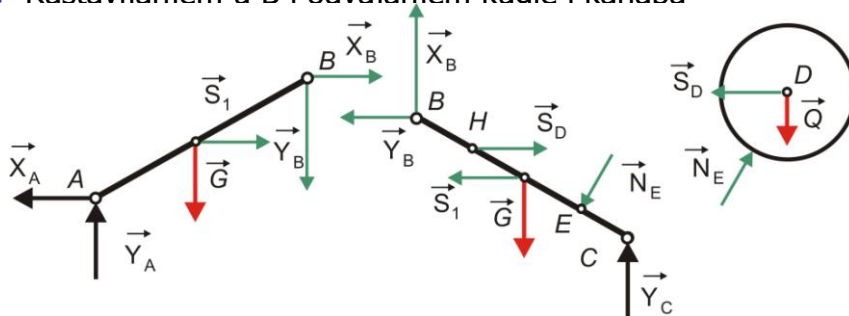


## Ravnoteža sistema tela primer

- Da bi se odredile unutrašnje sileu sistemu rastavlja se analizirani sistem na komponente
- Rastavljanjem u zglobu B, uže koje povezuje teške štapove i odvajanjem kugle i kanapa

## Ravnoteža sistema tela primer

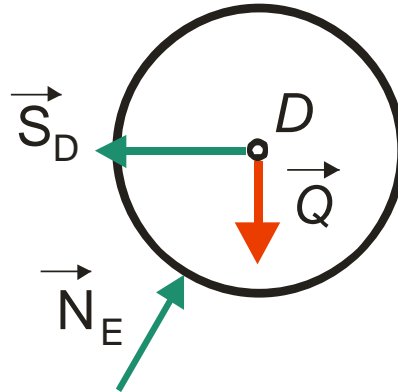
- Da bi se odredile unutrašnje sileu sistemu rastavlja se analizirani sistem na komponente
- Rastavljanjem u B i odvajanjem kugle i kanapa





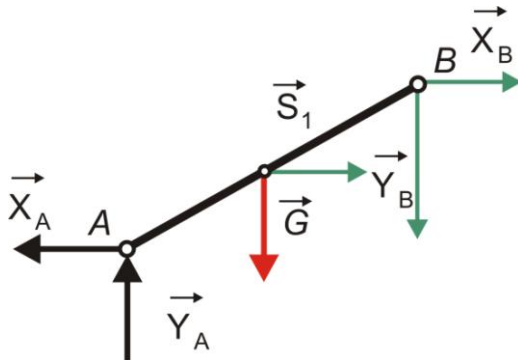
## Ravnoteža sistema tela **primer**

- Rešava se kugla dve sile i dva uslova ravnoteže
- Sistem tri sučeljne sile i određuje se  $S_D$  i  $N_E$

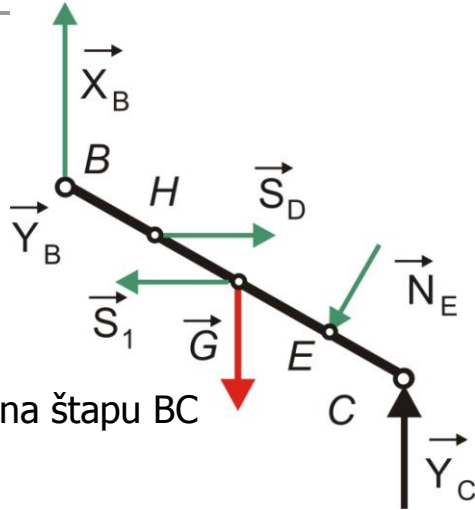


## Ravnoteža sistema tela **primer**

- zamenom sila u rešavaju se sile u štapu AB



## Ravnoteža sistema tela primer



- Određuju se i sile na štapu BC

## Rezime:

Statika se temelji na nekoliko postavki – aksioma

1. Aksioma o uravnoteženim silama
2. Aksioma o mehaničkom dejstvu
3. Aksioma o paralelogramu sila
4. Aksioma o dejstvu i protivdejstvu
5. Aksioma o solidifikaciji
6. Aksioma o vezama



## Rezime:

---

Prikazani su primeri oslobađanja tela od veza zamenom REAKCIJAMA veza

1. Veza užetom
2. Veza glatke površi
3. Veza nepokretnog cilindričnog zgloba
4. Veza pokretnog cilindričnog zgloba
5. Veza sfernim zglobom
6. Veza cilindrične vođice
7. Veza uklještenja
8. Laki štap kao veza