

Ravni nosači

- Klasifikacija nosača
- Klasifikacija opterećenja
- Sile i momenti u poprečnom preseku

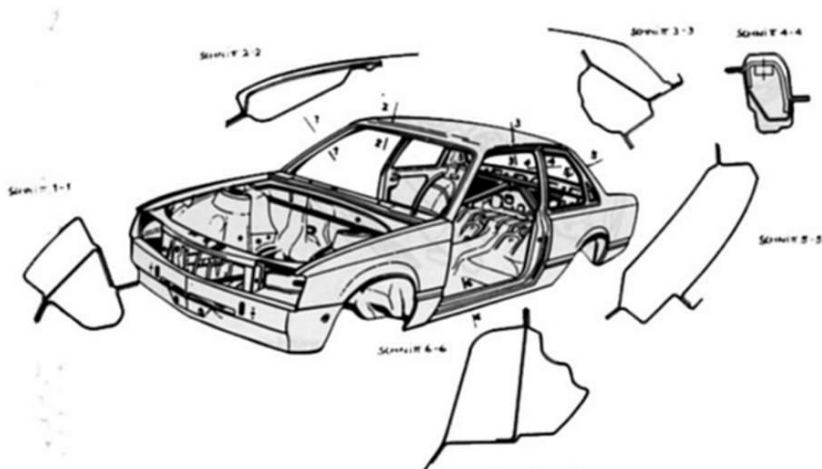
Pojam statičkog nosača

- Nosači su tela, u okviru konstrukcije ili mašine koja primaju opterećenja i prenose ih na oslonce
- Svako kruto telo vezano za nepokretnu ravan i opterećeno silama, zove se nosač

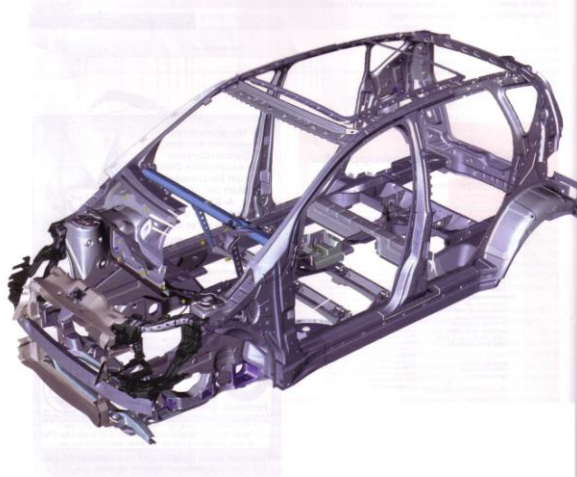
Noseće konstrukcije

- Kućišta mašina
- Karoserije automobila
- Noseće konstrukcije građevinskih mašina
- Vagoni i cisterne
- Dizalična postrojenja
- Pretovarni mostovi
- Mostovi
- Nadvožnjaci i podvožnjaci
- Krovne konstrukcije
- Dalekovodi
- Nosači nadzemnih toplovoda

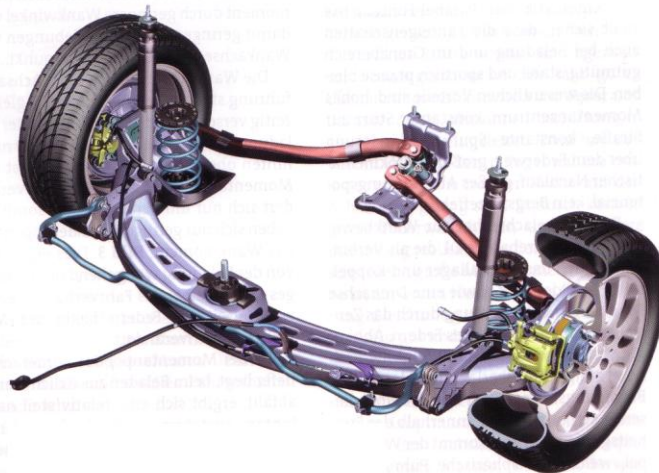
Karoserija automobila - nosači složenog oblika kod automobila



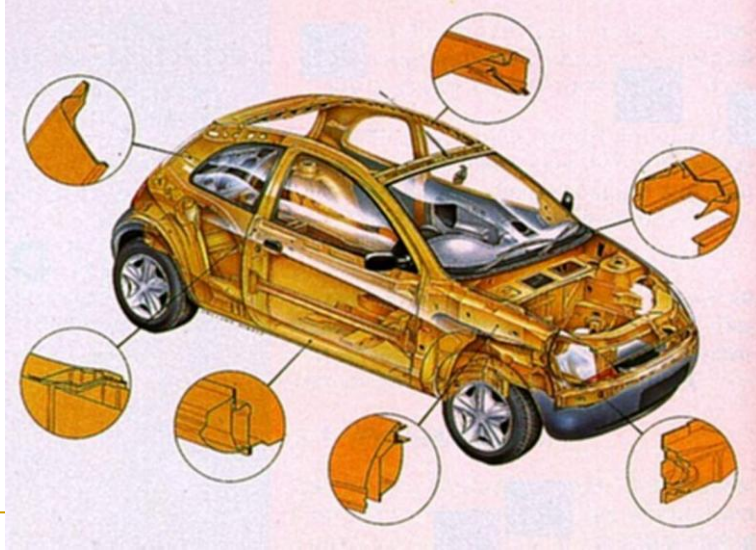
Karoserija automobila - nosači složenog oblika kod automobila



Sistem zadnjeg oslanjanja - nosači složenog oblika kod automobila



Karoserija automobila - nosači složenog oblika kod automobila



Podela nosača

- Prema položaju opterećenja
- Prema obliku
- Prema obliku poprečnog preseka

Podela nosača prema položaju opterećenja

- Ravanske - imaju ravan simetrije i napadne linije svih sila nalaze se u toj ravni
- Prostorne – napadne linije sila koje deluju na nosač ne nalaze se u istoj ravni



Podela nosača prema obliku

- Pune – imaju “pun” poprečni presek. Puni nosači su najčešće prizmatičnog ili cilindričnog oblika
- Rešetkaste – sastavljene od lakih nosača – štapova međusobno zglobno povezanih tako da čine jednu krutu konstrukciju

Podela nosača prema obliku nosača

- Prosti
- Složeni

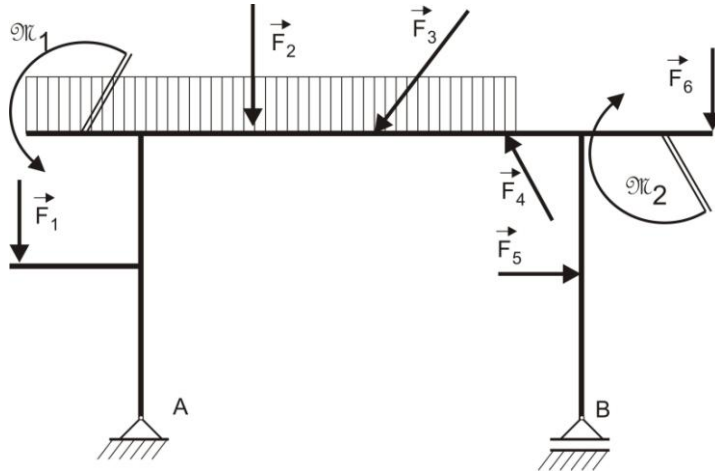
Pojam linijskog nosača

Ukoliko je dimenzija poprečnog preseka nosača daleko manja od njegove treće dimenzije, onda je takav nosač linijski nosač. Najčešći primeri u mašinstvu su vratila, poluge, osovine

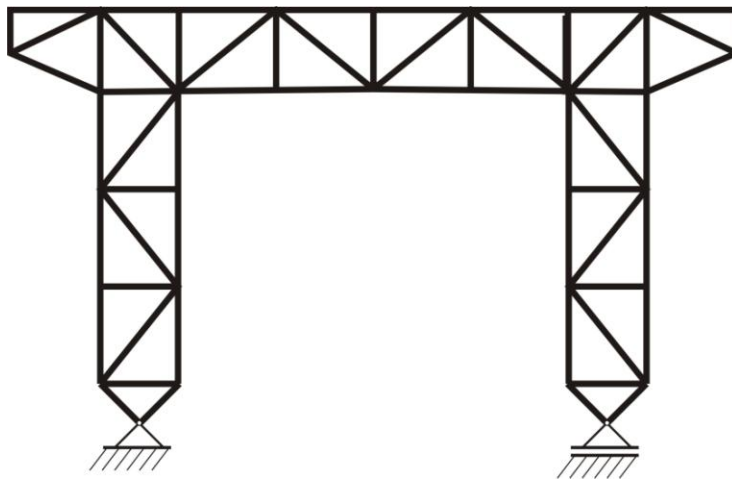
Prosti nosači

- Prosta greda
- Greda sa prepustima
- Konzola
- Okvirni nosač – ram
- Rešetkasti nosač

Primer okvirnog nosača - rama

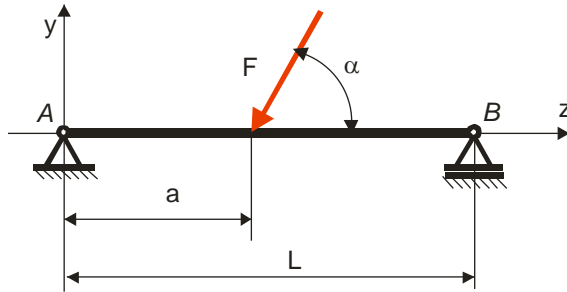


Primer rešetkastog nosača



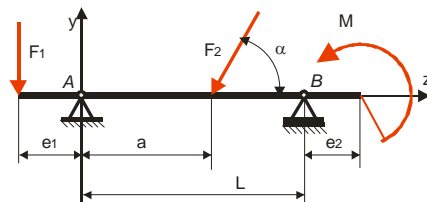
Prosta greda

- To je nosač koji je na svojim krajevima vezan nepokretnim i pokretnim osloncem
- Rastojanje između oslonaca zove se raspon grede



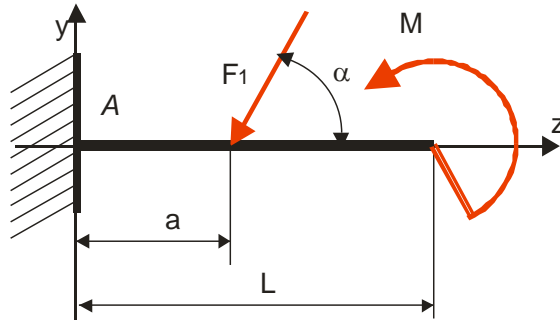
Prosta greda sa prepustima

- To je nosač koji je na svojim krajevima vezan nepokretnim i pokretnim osloncem
- Rastojanje između oslonaca zove se raspon grede, a van oslonca prepust, sa jedne ili sa dve strane



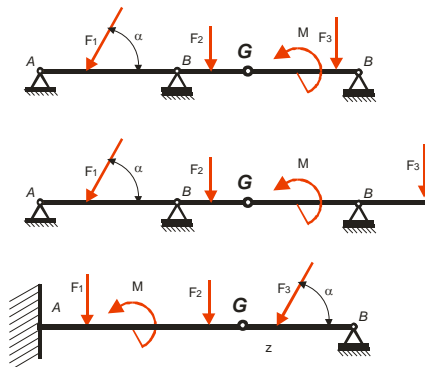
Konzola

- To je nosač koji je na svom kraju uklešten



Složeni nosači – dva ili više prostih nosača povezanih zglobovima

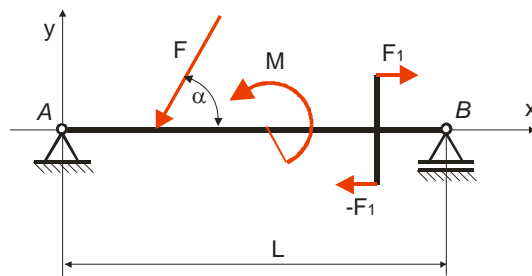
- Gerberova greda
- Gerberova greda sa prepustima
- Konzola sa Gerberovim zglobovima
- Okvirni nosač sa Gerberovim zglobovima – ram sa Gerberovim zglobovima



Vrste opterećenja

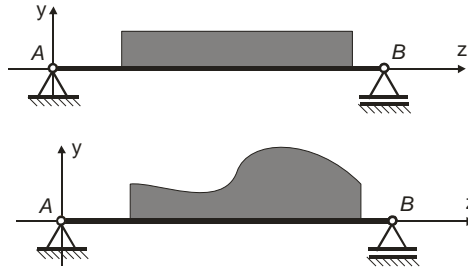
- Koncentrisano opterećenje – dejstvo sile se prenosi na veoma mali deo dužine nosača, kaže se da opterećenje deluje u jednoj tački
- Kontinualno - teret je raspoređen po izvesnoj dužini nosača

Koncentrisano opterećenje



- Koncentrisana sila
- Moment
- Spreg sila

Kontinualno opterećenje



- Ravnomerno raspoređeno na određenoj dužini
- Promenljivo opterećenje na određenoj dužini

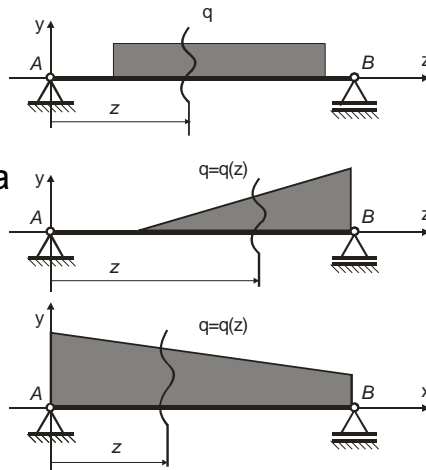
Kontinualno opterećenje

Specifično opterećenje

q kN/m

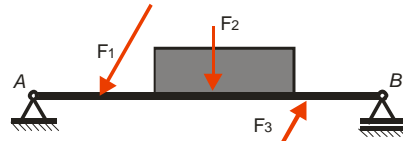
Ravnomerno raspoređeno na određenoj dužini $q = \text{const.}$

Promenljivo opterećenje na određenoj dužini $q = q(z)$

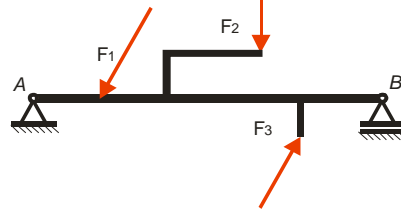


Vrste delovanja opterećenja

- Direktno – neposredno



- Indirektno - posredno

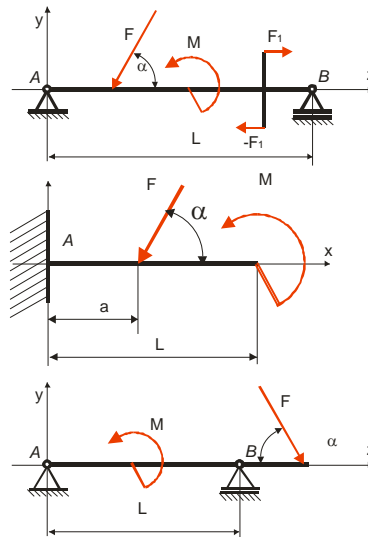


Jednačine ravnoteže za proste nosače

$$\sum Z_i = 0$$

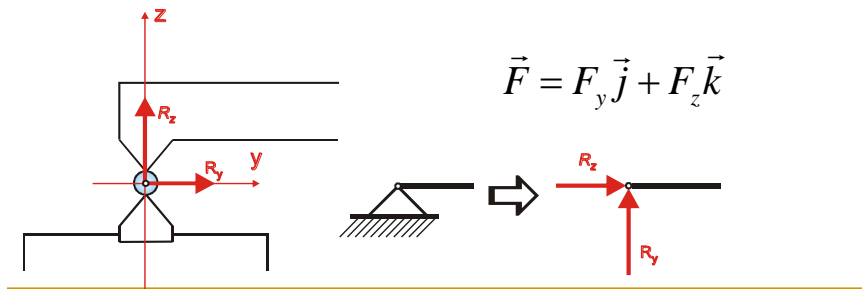
$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$



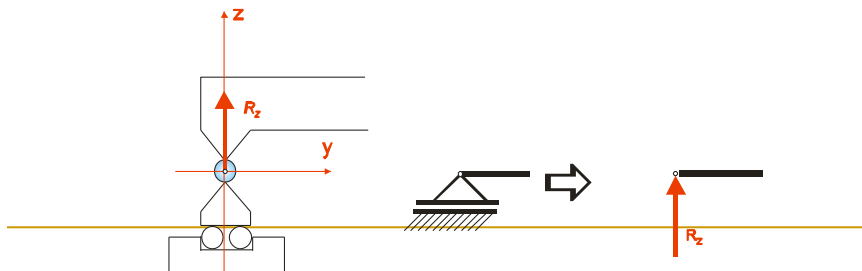
Veze i reakcije veza Cilindrični zglob u ravni

- Cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni
- Reakcija veze je **ravanska sila**



Veze i reakcije veza Pokretni cilindrični zglob u ravni

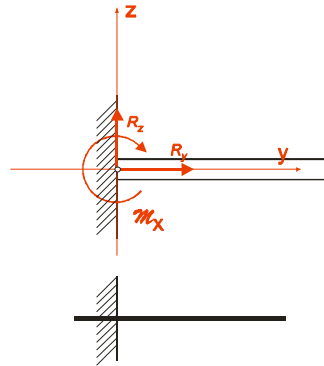
- Pokretni cilindrični zglob je veza dva tela sa osovinom u ravni i mogućnošću kretanja po ležištu
- Reakcija veze je **normalna sila** $\vec{F} = F_z \vec{k}$



Veze i reakcije veza

Uklještenje u ravni

- Veza uklještenja je kada se zavari profil za noseću konstrukciju ili uzida greda u zid
- Reakcije veze su
 1. Sila u ravni
 2. Moment u ravni



$$\vec{M} = M_x \vec{i} \quad \vec{F} = 0\vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

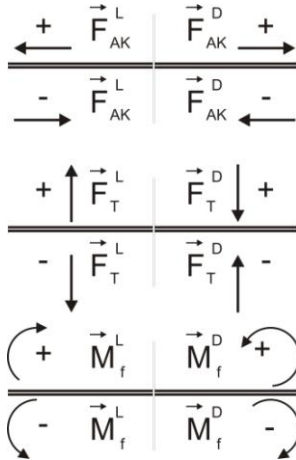
Osnovne statičke veličine u poprečnom preseku

- Transverzalna (poprečna) sila
- Aksijalna (uzdužna) sila
- Napadni moment

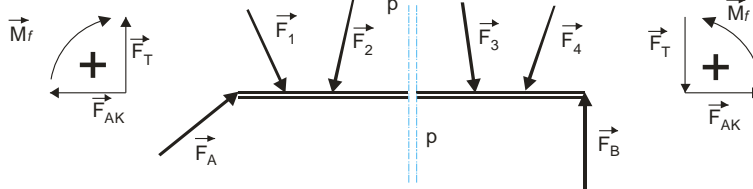
Promene osnovnih statičkih veličina duž nosača prikazuju se odgovarajućim dijagramima

Konvencija o znacima za opterećenja grede

Levo od preseka Desno od preseka



Konvencija o znacima opterećenja grede



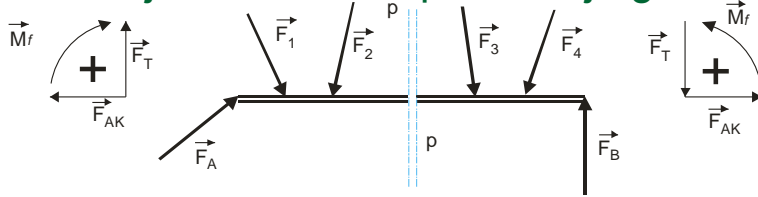
$$+ \uparrow \vec{F}_T^L = + \uparrow \sum Y_i^L$$

- Transverzalna sila se definiše kao algebarski zbir svih spoljašnjih sila upravnih na osu grede koje deluju sa leve strane od preseka p-p

$$+ \downarrow \vec{F}_T^D = + \downarrow \sum Y_i^D$$

- Transverzalna sila se definiše kao algebarski zbir svih spoljašnjih sila upravnih na osu grede koje deluju sa desne strane od preseka p-p

Konvencija o znacima opterećenja grede



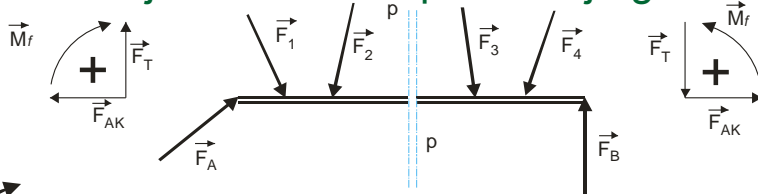
$$+ \leftarrow \vec{F}_{AK}^L = + \leftarrow \sum Z_i^L$$

- Aksijalna sila se definiše kao algebarski zbir svih spoljašnjih sila koje deluju u pravcu ose grede sa leve strane od preseka p-p

$$+ \rightarrow \vec{F}_{AK}^D = + \rightarrow \sum Z_i^D$$

- Aksijalna sila se definiše kao algebarski zbir svih spoljašnjih sila koje deluju u pravcu ose grede sa desne strane od preseka p-p

Konvencija o znacima opterećenja grede



$$\curvearrowright + M_f^D = + \sum M_i^D$$

- Moment savijanja sa leve strane se definiše kao algebarski zbir svih momenata spoljašnjih sila i momenata koji deluju na gredu sa leve strane od preseka p-p

$$\curvearrowleft + M_f^L = + \sum M_i^L$$

- Moment savijanja sa desne strane se definiše kao algebarski zbir svih momenata spoljašnjih sila i momenata koji deluju na gredu sa desne strane od preseka p-p

Savijanje

Čisto savijanje (spregovima)
Osnovne jednačine savijanja
Savijanje silama
Dimenzionisanje nosača izloženih savijanju

Savijanje

- Savijanje se najčešće analizira kod nosača već izučavanih u okviru mehanike I ili statike
- Noseće konstrukcije mašina i postrojenja se se po principima statike prevode u prostorne i ravanske proste nosače
- Opterećenja se prevode u odgovarajuće: koncentrisane sile, kontinualna opterećenja, momente i spregove

Čisto savijanje

Ravan savijanja

Neutralna ravan

Neutralna osa

Neutralna (elastična) linija

Čisto savijanje

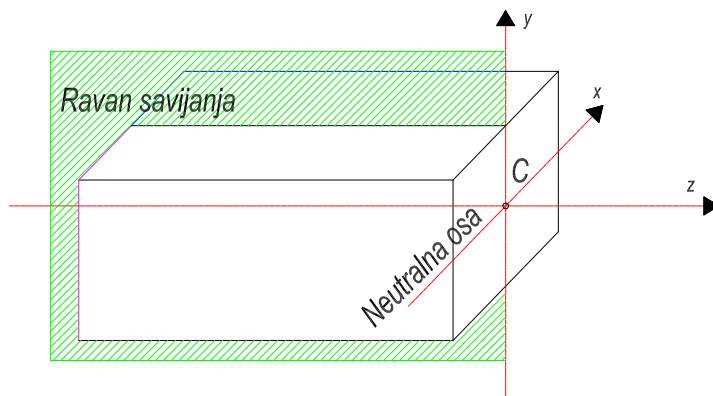
- Ako deluje samo moment savijanja, naprezanje je čisto savijanje
- Na gredu deluju dva sprega jednakih intenziteta a suprotnih smerova u vertikalnoj ravni



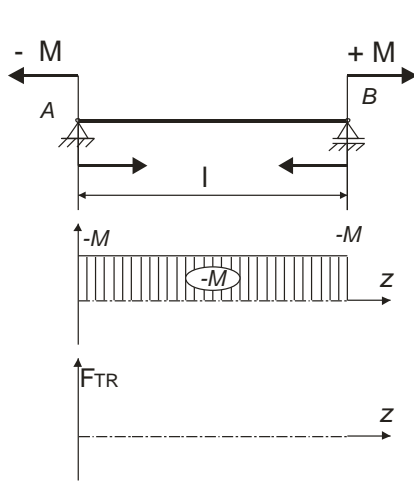
Čisto savijanje proste grede spregovima

- Spregovi istog intenziteta, a suprotnih smerova deluju u vertikalnoj ravni koja prolazi kroz uzdužnu osu nosača Az
- Ova vertikalna ravan je **RAVAN SAVIJANJA**
- Horizontalna osa u ravni koja sadrži uzdužnu osu, a upravna je na nju (obeležena sa x) naziva se **NEUTRALNA OSA**

Čisto savijanje proste grede spregovima



Čisto savijanje proste grede spregovima



$$\sum Y_i = Y_A + F_B = 0 \Rightarrow Y_A = -F_B$$

$$\sum Z_i = Z_A = 0 \Rightarrow Z_A = 0$$

$$\sum M_A = -M + M - l \cdot F_B = 0$$

$$F_B = 0 \Rightarrow Y_A = 0$$

$$M_f = -M$$

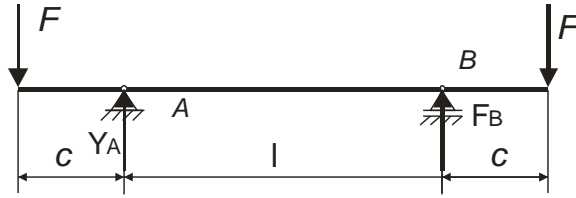
$$F_{TR} = 0$$

Čisto savijanje

- Ovakvo opterećenje grede moguće je ostvariti kod grede sa dva jednaka prepusta na čijim krajevima deluju jednake sile F



Čisto savijanje grede



$$\sum Y_i = -F + Y_A + F_B - F = 0 \Rightarrow Y_A = -F_B$$

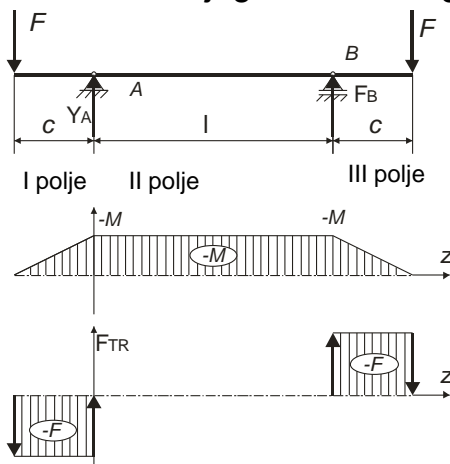
$$\sum Z_i = Z_A = 0 \Rightarrow Z_A = 0$$

$$\sum M_A = -F \cdot c + F(c+l) - l \cdot F_B = 0$$

$$F_B = -F \Rightarrow Y_A = -F$$

Čisto savijanje

- Statički dijagrami za ovu gredu sa prepustima

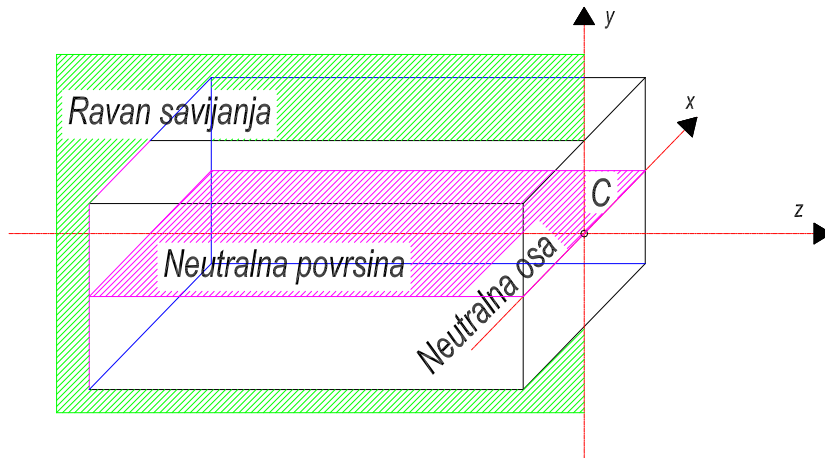


Za II polje

$$M_f = -F(c+z) + F \cdot z = -F \cdot c$$

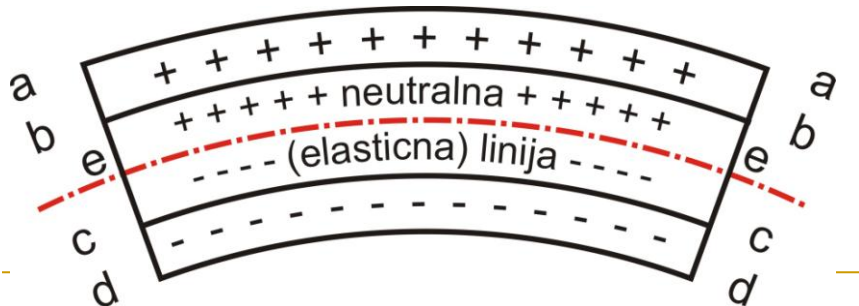
$$F_{TR} = -F + F = 0$$

Čisto savijanje

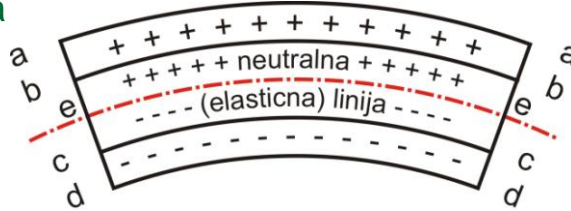


Deformacija usled savijanja momentima

- Pod dejstvom prikazanih spregova greda se deformiše tako što vlakna menjaju svoju dužinu
- Dužina jednih vlakna se povećava, a dužina drugih se smanjuje
- Vlakna koja se niti izdužuju niti skraćuju zovu se neutralna vlakna



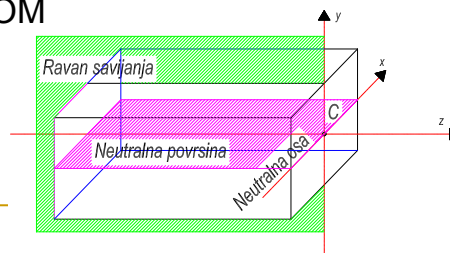
Deformacija usled savijanja momentima u ravni savijanja



- Uočava se i utoliko veće izduženje vlakana ukoliko je vlakno udaljenije od neutralne ose sa spoljašnje strane (a-a veće od b-b)
- Sa druge strane, sa unutrašnje strane skraćenje vlakana je veće što su vlakna udaljenija od neutralne linije (c-c veće od d-d)
- Najviše se izdužuju spoljašnja vlakna

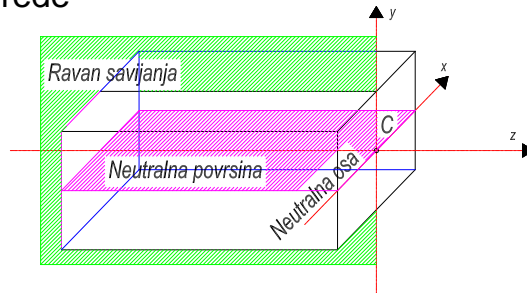
Deformacija usled savijanja momentima

- Uočena vlakna čija je dilatacija jednaka nuli (niti se izdužuju niti skraćuju)
- Neutralna vlakna se pojavljuju po čitavom poprečnom preseku
- Obrazuju neutralnu površinu
- Presečna linija ravni savijanja i neutralnih linija savijanja naziva se neutralnom linijom ili ELASTIČNOM LINIJOM



Čisto savijanje nastaje

- Kada je ravan dejstva spregova (ravan savijanja) istovremeno i ravan simetrije grede
- Kada ravan savijanja prolazi kroz geometrijsku osu Az grede



Osnovne jednačine savijanja

Veza između aksijalne deformacije i napona
 I jednačina savijanja - promena normalnog napona
 II jednačina savijanja – krivina elastične linije

Prizmatična greda opterećena na čisto savijanje

- Nastaju deformacije izduženja ili skraćenja vlakana
- Poprečni preseci unutar grede su zaokrenuti jedan u odnosu na drugi
- Dilatacija posmatranih vlakna na nekom udaljenju y od neutralne linije može se dovesti u vezu sa modulom elastičnosti (Hukov zakon) i poluprečnikom krivine elastične linije

Prva jednačina savijanja

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y$$

- Normalni napon u nekoj tački poprečnog preseka σ
- M – moment sprega
- I_x – aksijalni moment inercije površine za tu osu
- y – udaljenost posmatranog vlakna od ose

Druga jednačina savijanja

$$K = \frac{1}{R_k} = \frac{M}{E \cdot I_x} = \frac{M}{B}$$

- K - krivina elastične linije
- M – moment sprega
- I_x – aksijalni moment inercije površine za tu osu
- E – modul elastičnosti
- $B = E \cdot I_x$ – krutost savijanja grede
- R_k – poluprečnik krivine