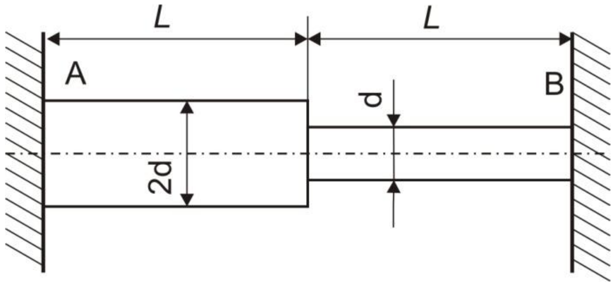
Zadatak 7.1.01.

Štap promenljivog poprečnog preseka je uklješten na oba kraja. Na normalnoj temperaturi je nenapregnut. Odrediti temperaturnu promenu pri kojoj nastaje kritična sila izvijanja ako su poznati sledeći podaci d=1cm, dužina L=40 cm, koeficijent toplotnog širenja $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\frac{1}{°K}$, modul elastičnosti $E = 2 \cdot 10^5 MPa$ i granična vitkost $\lambda_k = 39$.



statički uslov ravnoteže

1) $\sum X_i = F_A - F_B = 0 \rightarrow F_A = F_B$

Otpornost izduženjaod zagrevanja i sile koje nastaju kao posledica izduženja

2) $\Delta l = \Delta l_{1\Delta t} + \Delta l_{2\Delta t} - \Delta l_{F_B} - \Delta l_{F_A} = 0$

Poznati izrazi za izduženje usled zagrevanja $\Delta L = \alpha \cdot \Delta t \cdot L$

Sila kao posledica skraćenja $\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A}$

$$\alpha \cdot \Delta t \cdot L + \alpha \cdot \Delta t \cdot L - \frac{F_A \cdot L}{E \cdot A_1} - \frac{F_B \cdot L}{E \cdot A_2} = 0$$

$$A_1 = \frac{(2d)^2\pi}{4} = \frac{2^2\pi}{4} = \pi\ cm^2 = \pi \cdot 10^{-4} m^2 \quad A_2 = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{1^2\pi}{4} = \frac{\pi}{4}\ cm^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 10^{-4} m^2$$

$$\alpha \cdot \Delta t \cdot L + \alpha \cdot \Delta t \cdot L - \frac{F_A \cdot L}{E \cdot \pi \cdot 10^{-4}} - \frac{4 \cdot F_B \cdot L}{E \cdot \pi \cdot 10^{-4}} = 0 \ \Big| \cdot \frac{E\pi \cdot 10^{-4}}{L}$$ i zamenom iz prve $F_A = F_B$

$$2\alpha \cdot \Delta t \cdot E\pi \cdot 10^{-4} - 5F_B = 0 \rightarrow F_B = \frac{2\alpha \cdot \Delta t \cdot E\pi \cdot 10^{-4}}{5}$$

Sa druge strane kritična sila izvijanja za obostrano uklješten štap

$$l_r = 0.5l = 0.5 \cdot 40 = 20\ cm = 0.2m$$

$$i_{minA} = \frac{d}{4} = 0.25\ cm \rightarrow \lambda_{rA} = \frac{l_r}{i_{minA}} = \frac{20}{0.25} = 80 \qquad I_{min} = \frac{d^4\pi}{64} = \frac{1^4\pi \cdot 10^{-8}}{64}\ m^4$$

$$i_{minB} = \frac{2d}{4} = 0.50\ cm \rightarrow \lambda_{rB} = \frac{l_r}{i_{minB}} = \frac{20}{0.50} = 40 \rightarrow \lambda_{rB} > \lambda_k = 39$$ OJLER-ov obrazac

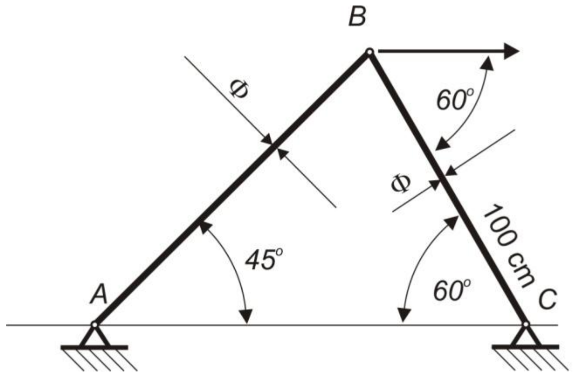
$$F_k = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{l_r^2} = \frac{\pi^2 2 \cdot 10^{11} \cdot \pi \cdot 10^{-8}}{64 \cdot 0.2^2}$$

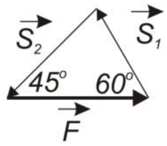
$F_B = F_k$ odavde se dobija $\frac{2\alpha \cdot \Delta t \cdot E\pi \cdot 10^{-4}}{5} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{l_r^2} \rightarrow \Delta t$

$$\Delta t = \frac{5 \cdot \pi^2 E \cdot I_{min}}{l_r^2 \cdot 2\alpha \cdot E\pi \cdot 10^{-4}} = \frac{5 \cdot \pi \cdot \pi \cdot 10^{-8}}{0.2^2 \cdot 64 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-4}} = \frac{5 \cdot \pi^2 \cdot 10^2}{0.2^2 \cdot 64 \cdot 12 \cdot 2} = 80.3°K$$

Zadatak 7.1.02.

Dva čelična štapa međusobno su vezana zglobom B, a zglobovima A i C su vezani za postolje. U tački B deluje sila F=10 kN. Dimenzionisati štap BC ako je kružnog poprečnog preseka i dužine L=100 cm. Granična vrednost je vitkosti $\lambda_k = 100$, a stepen sigurnosti $\nu = 4$, modul elastičnosti $E = 2 \cdot 10^5 MPa$.





Iz poligona sistema sučeljnih sila(tri sile koje se seku u jednoj tački) primenom sinusne teoreme na trougao sila može se dobiti sila u štapovima

$$\frac{F}{sin\,(180-45°-60°)} = \frac{S_1}{sin\,45°} = \frac{S_2}{sin\,60°}$$

$$S_1 = \frac{F \cdot sin\,45°}{sin\,(180-45°-60°)} = \frac{F \cdot sin\,45°}{sin\,(75°)} = 0.73205 \cdot F = 0.73205 \cdot 10 \cdot 10^3 N$$

Drugi način je oa sila u štapovima dređivan postavljanje klasičnih uslova ravnoteže ravanskog sistema sila:

$$\sum X_i = -S_2 cos45° - S_1 cos60° + F = 0$$

$$\sum X_i = -S_2 sin45° + S_1 sin60° = 0 \rightarrow S_2 = \frac{S_1 sin\,60°}{sin\,45°} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} S_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} S_1$$

$$S_1 \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right) + F = 0 \rightarrow S_1 = \frac{2 \cdot F}{\sqrt{3}+1} = 0.73205 \cdot F = 0.73205 \cdot 10 \cdot 10^3 N$$

Pošto je dat stepen sigurnosti pri izvijanju

$$\nu = \frac{F_k}{S_1} = 4 \rightarrow F_k = \nu \cdot S_1 = 4 \cdot 0.73205 \cdot F = 29.20810^3 N$$

$$I_{min} = \frac{d^4 \pi}{64} \rightarrow d = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{min}}{\pi}}$$

$$l_r = l = 100\ cm = 1m$$

$$F_k = \frac{\pi^2 E \cdot I_{min}}{l_r^2} \rightarrow I_{min} = \frac{F_k \cdot l_r^2}{\pi^2 E} = \frac{29.20810^3 \cdot 1^2}{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 1.483 \cdot 10^{-8} m^4$$

$$d = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot I_{min}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64 \cdot 1.483 \cdot 10^{-8}}{\pi}} = 2.34 \cdot 10^{-2} m = 2.34\ cm$$

$i_{min} = \frac{d}{4} = \frac{2.34}{4} = 0.586cm \rightarrow \lambda_r = \frac{l_r}{i_{min}} = \frac{100}{0.586} = 170.6 \rightarrow \lambda_r > \lambda_k = 100$

Važi primenjeni OJLER-ov obrazac

Zadatak 7.2.01.

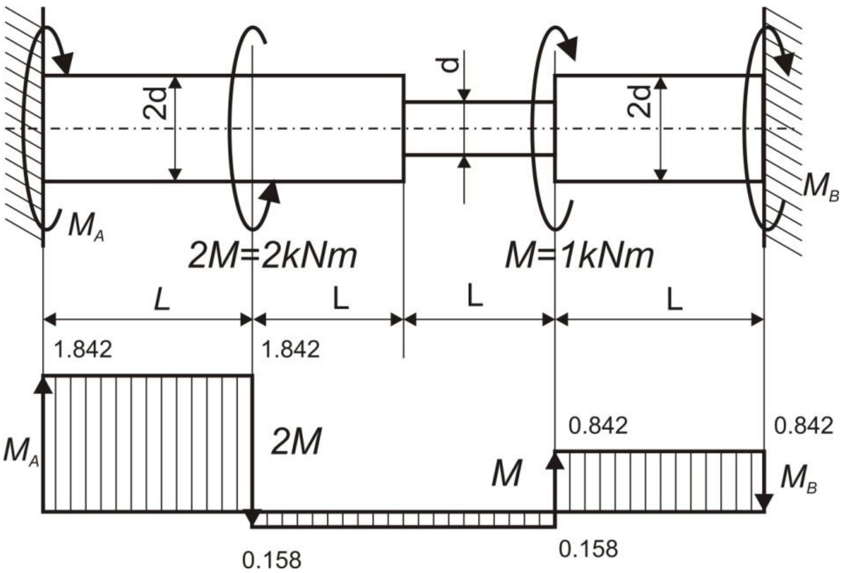
Štap promenljivog kružnog preseka je uklješten na oba kraja i opterećen momentima uvijanja.

Odrediti:

1. Veličine momenata uvijanja u uklještenjima i nacrtati dijagrame momenta uvijanja.
2. Dimenzije poprečnog preseka štapa a na osnovu ugla uvijanja, koji iznosi

$$\theta'_{doz} = \frac{\pi}{720}\frac{rad}{m}$$

Poznat je modul klizanja $G = 8 \cdot 10^4 Pa$, M=1 kNm.



1. $\sum M_t = 0 = M_A - 2M + M + M_B = 0$
2. $\sum \theta_i = 0$

2)→ $\frac{M_A \cdot L}{G \cdot I_{01}} + \frac{(M_A - 2M) \cdot L}{G \cdot I_{01}} + \frac{(M_A - 2M) \cdot L}{G \cdot I_{02}} + \frac{(M_A - 2M + M) \cdot L}{G \cdot I_{01}} = 0$

$I_{01} = \frac{(2d)^4 \pi}{32} = \frac{d^4 \pi}{2}$ $\qquad$ $I_{02} = \frac{d^4 \pi}{32} \rightarrow I_{01} = 16 I_{02}$

$\frac{M_A \cdot L}{G \cdot 16 I_{02}} + \frac{(M_A - 2M) \cdot L}{G \cdot 16 I_{02}} + \frac{(M_A - 2M) \cdot L}{G \cdot I_{02}} + \frac{(M_A - 2M + M) \cdot L}{G \cdot 16\, I_{02}} = 0 \quad \Big| \cdot \frac{G \cdot 16 I_{02}}{L}$

$M_A + (M_A - 2M) + 16(M_A - 2M) + (M_A - 2M + M) = 0$

$$19M_A - 35M = 0 \rightarrow M_A = \frac{35M}{19} = 1.842M = 1.842\ kNm = 1.842\ \cdot 10^3 Nm$$

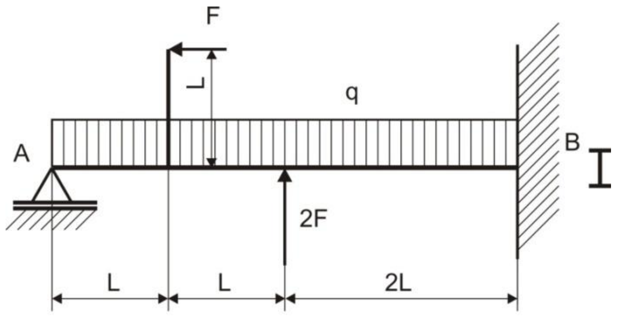
1)→ $M_B = -M_A + 2M - M = M - M_A = 1 - 1.842 = -0.842\ kNm = -0.842 \cdot 10^3 Nm$

Moment uvijanja MB je suprotnog smera od pretpostavljenog

$$\theta' = \frac{M_A}{G \cdot I_{01}} \leq \theta'_{doz}$$
$$I_{01} = \frac{d^4\pi}{2} = \frac{M_A}{G \cdot \theta'_{doz}}$$
$$d = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot M_A}{\pi \cdot G \cdot \theta'_{doz}}} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 1.842 \cdot 10^3}{\pi \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot \frac{\pi}{720}}} = \sqrt[4]{335.94 \cdot 10^{-8}} = 0.04281m$$

Zadatak 7.3.01.

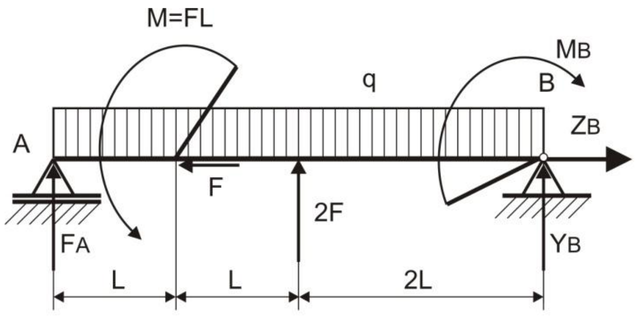
Za nosač koji je prikazan na slici odrediti reakcije veza, dijagrame napadnih momenta, transverzalnih i aksijalnih sila. Dimenzionisati nosač ako je dozvoljeni napon $\sigma_{df} = 100\ MPa$, a poprečni presek I profil.



F=1kN, q=1kN/m, L=1m

Vidi se da je statički neodređena konzola koja se može rešavati na više načina

1. Da se umesto konzole uvede moment uklještenja na sada gredi a moment se određuje iz uslova nagiba kod ukljeŝtenja, odnosno oslonca B, da je jednak nuli β=0.
2. Uvođenjem vertikalne sile F_A u osloncu A i istu odrediti iz uslova da je ugib kraja konzole jednak nuli



F=1kN, q=1kN/m, L=1m

Nagib kod oslonca B nastaje kao posledica
momenta od redukovane sile sa prepusta β1
sile 2F na sredini raspona β2
kontinualnog opterećenja β3
momenta ukljeŝtenja M_B β4

$$\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0$$

Od momenta FL tablica 5 (48 str.) a=L, b=3L, l=4L, z=4L

$\beta_1 = \frac{M \cdot L}{6 \cdot B}\left[1 - 3\left(\frac{L}{4L}\right)^2\right] = \frac{13 \cdot FL^2}{24 \cdot B}$

Od sile 2F na sredini raspona tab1(44. str.) ali se menja znak zbog smera sile naviše a=2L, b=2L, l=4L

$\beta_2 = \frac{2F \cdot 16L^2}{6 \cdot B} \cdot \frac{2L}{4L} \cdot \frac{2L}{4L}\left(1 + \cdot \frac{2L}{4L}\right) = \frac{2 \cdot FL^2}{B}$

Od kontinualnog opterećenja tab 6(49. str.) q=1 Fq=q4L=4F, l=4L

$\beta_3 = -\frac{F_q \cdot 16L^2}{24 \cdot B} = \frac{-8 \cdot FL^2}{3}$

Od momenta uklještenja tab 3b(47. str.) MB, l=4L

$\beta_3 = \frac{M_B \cdot 4L}{3B} = \frac{4M_B \cdot L}{3B}$

$\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = \frac{13 \cdot FL^2}{24 \cdot B} + \frac{2 \cdot FL^2}{B} - \frac{8 \cdot FL^2}{3} + \frac{4M_B \cdot L}{3B} = 0 \;\Big|\cdot \frac{24B}{L}$

$13FL - 64FL + 48FL + 32M_B \;= 0 \;\rightarrow M_B = \frac{3FL}{32} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{32} = 0.09375\;kNm$

1. $\sum X_i = -F + Z_B = 0 \rightarrow Z_b = F$
2. $\sum Y_i = F_A + Y_B - q \cdot 4L + 2F = 0$
3. $\sum M_A = -F \cdot L - 2L \cdot 2F + q \cdot 8L^2 + M_B - 4L \cdot Y_B = 0$

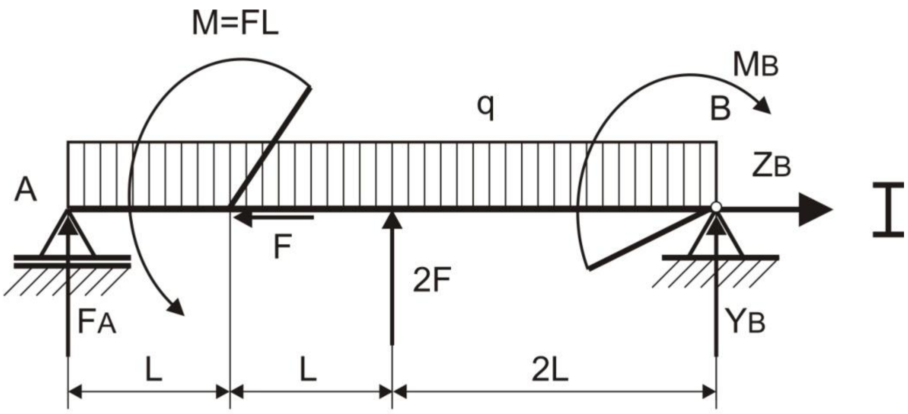
3) $\rightarrow Y_B = \frac{-F \cdot L - 4FL \cdot + q \cdot 8L^2 + M_B}{4L} = \frac{-1-4+8+0.09375}{4} = 0.773$kN

2) $\rightarrow F_A = -Y_B + q \cdot 4L - 2F = -0.773 + 4 - 2 = 1.226\;kN$

Sa dijagrama Mfmax= 0.7265 kNm

$\sigma_f = \frac{M_{fmax}}{W_x} \leq \sigma_{df} \rightarrow W_x = \frac{M_{fmax}}{\sigma_{df}} = \frac{0.7265 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 7.265 \cdot 10^{-6} m^3 = 7.265 cm^3$

Profil koji ovo zadovoljava je INP8 sa $W_x = 19.5cm^3$



F=1kN, q=1kN/m, L=1m