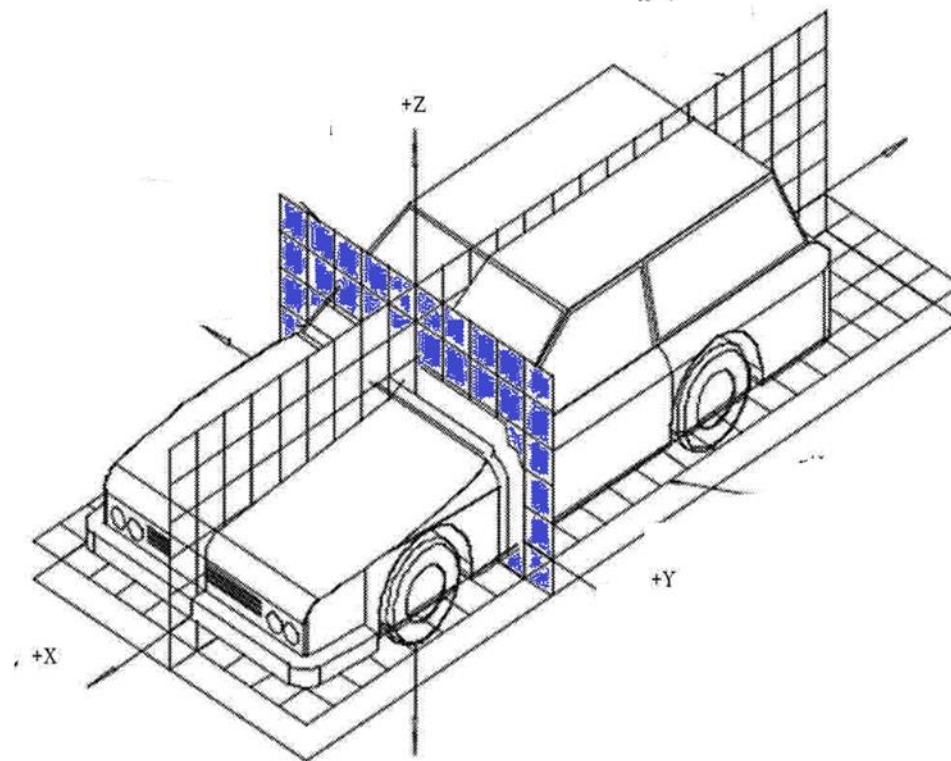


Моторна возила

вежбе

-30.03.2020-

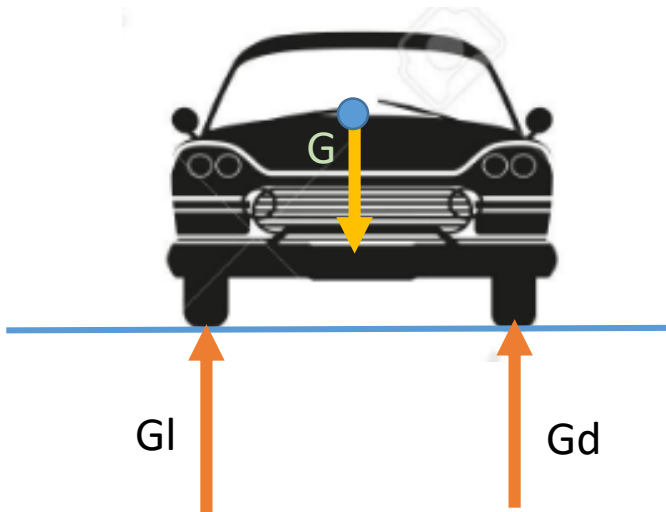
Задаци из области одређивања тежишта у попречној равни возила



Посматрамо возило са предње стране (приказ на слици).



На основу наведеног, не посматрамо оптерећење предње и задње осовине возила, већ за овај случај посматрамо оптерећење левих и десних точкова. Самим тим имамо статичке реакције оптерећења левих точкова (G_l) статичке реакције оптерећења десних точкова (G_d).

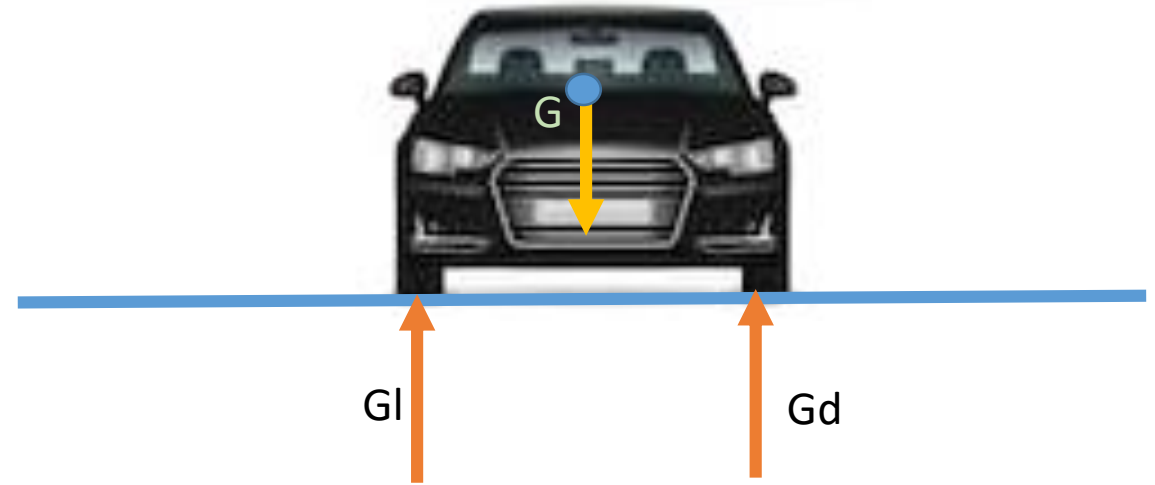


ПОДСЕЋАМО СЕ...

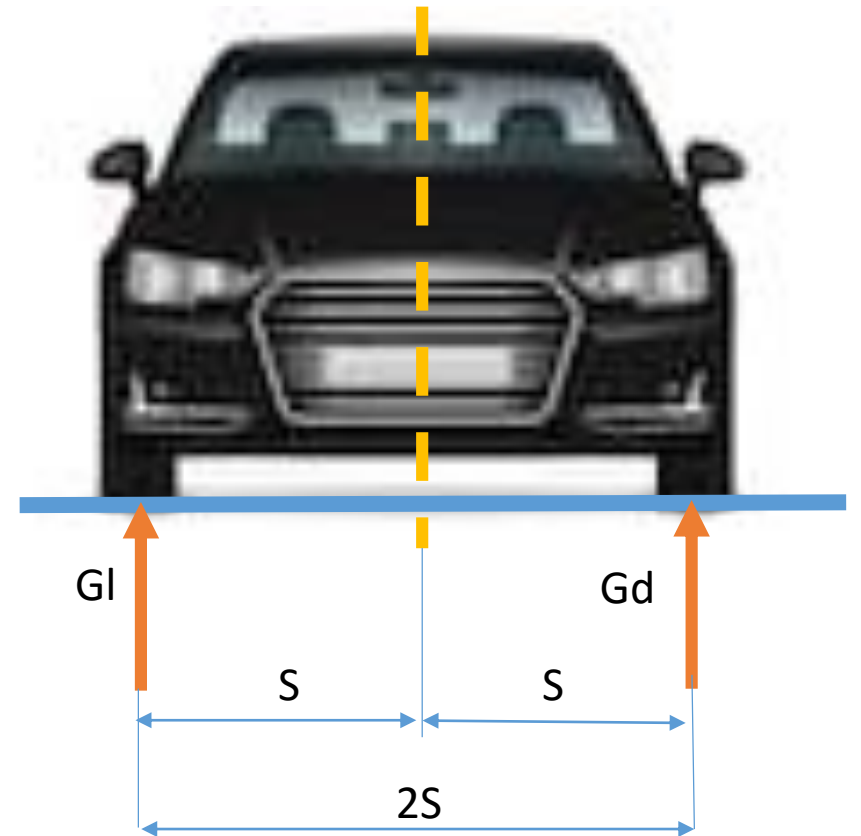
У случају одређивања тежишта у подужној равни возила посматрали смо оптерећење предње (G_a) и оптерећење задње осовине (G_b) (точкова на предњој и задњој осовини). Возило смо посматрали са бочне стране.



У задацима, који следе, положај тежишта одређујемо у попречној равни возила. Посматрамо оптерећење левих точкова (G_l) и оптерећење десних точкова (G_d). Што значи да посматрамо возило са предње стране.



1. Одредити одступање тежишта (величина s) од осе симетрије возила у попречној равни возила. Познати су следећи подаци:
- Оптерећење левих точкова возила износи $G_l=7300$ N.
 - Оптерећење десних точкова возила износи $G_d=7000$ N.
 - Траг предњих точкова износи $2S=1,8$ m



У претходним задацима нисмо спомињали осу симетрије. У овом случају посматрамо предњи део возила као на слици и делимо га на два дела помоћу осе симетрије (жута испрекидана линија).

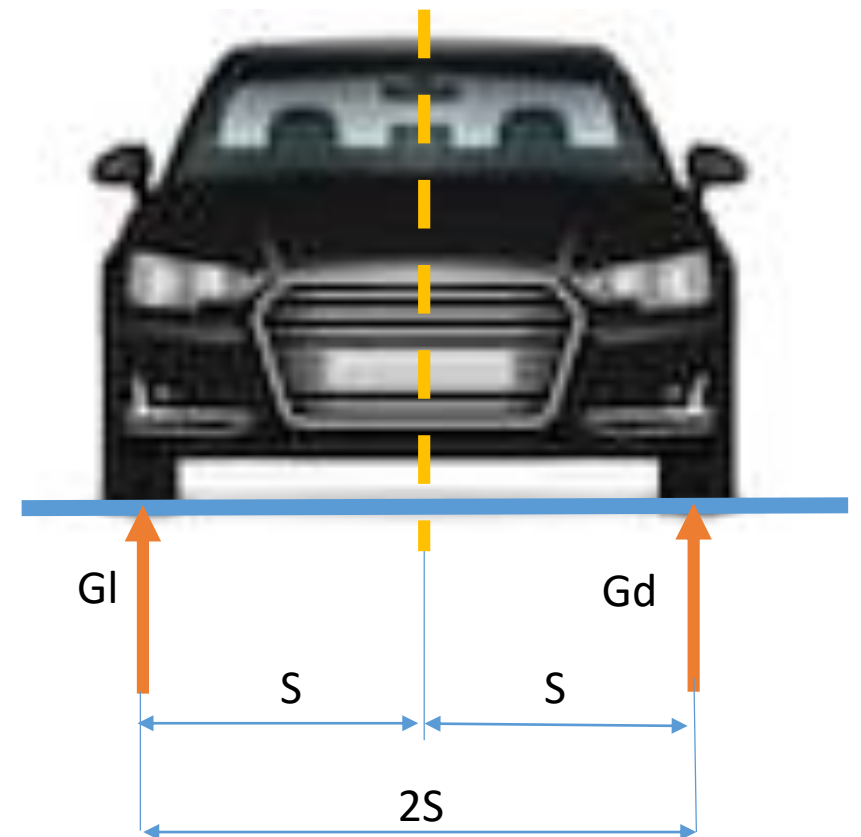
Претпостављамо положај тежишта тј. на којој је страни, да ли је ближе левим или десним точковима.

За предметни пример, оптерећење левих точкова је 7300 N док оптерећење десних точкова износи 7000 N .

Раније смо констатовали, да је тежиште увек ближе оптерећенијој осовини, тако да исто важи и у овом случају, када посматрамо оптерећења левих и десних точкова.

ТЕЖИШТЕ ЈЕ УВЕК БЛИЖЕ ОПТЕРЕЋЕНИЈИМ ТОЧКОВИМА.
У ОВОМ СЛУЧАЈУ ТЕЖИШТЕ ЈЕ БЛИЖЕ ЛЕВИМ ТОЧКОВИМА
ЈЕР ЈЕ $7300\text{ N} > 7000\text{ N}$.

ПА ПОСТАВЉАМО ТЕЖИШТЕ НА ЛЕВОЈ СТРАНИ ВОЗИЛА
(ПРИКАЗАНО ЈЕ НА СЛЕДЕЋЕМ СЛАЈДУ)

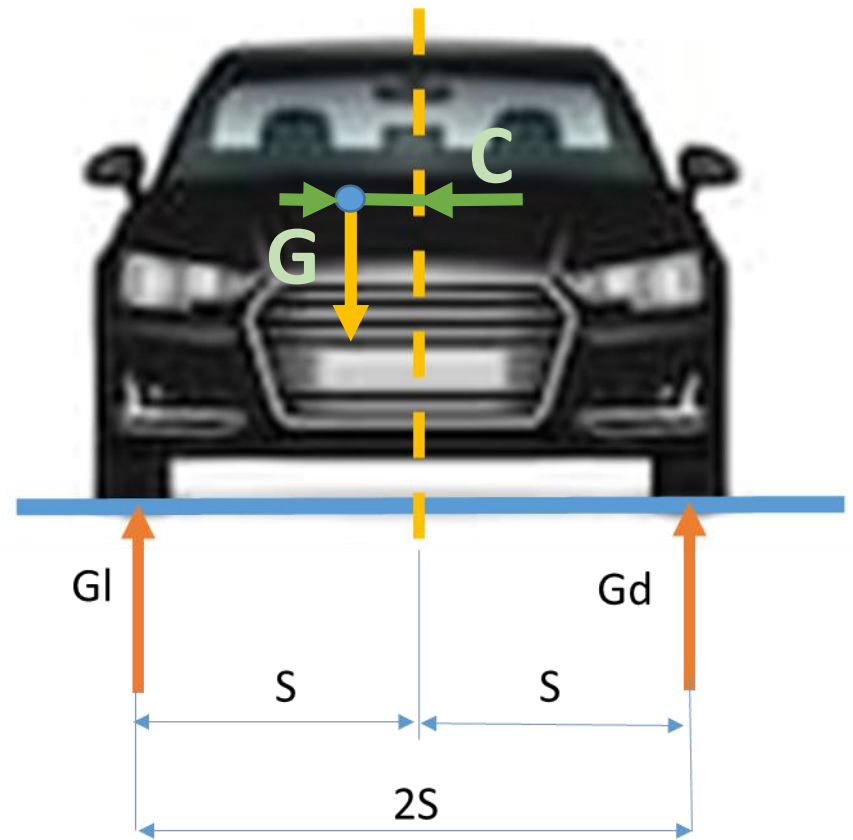
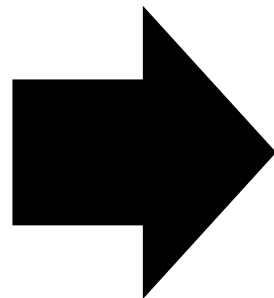
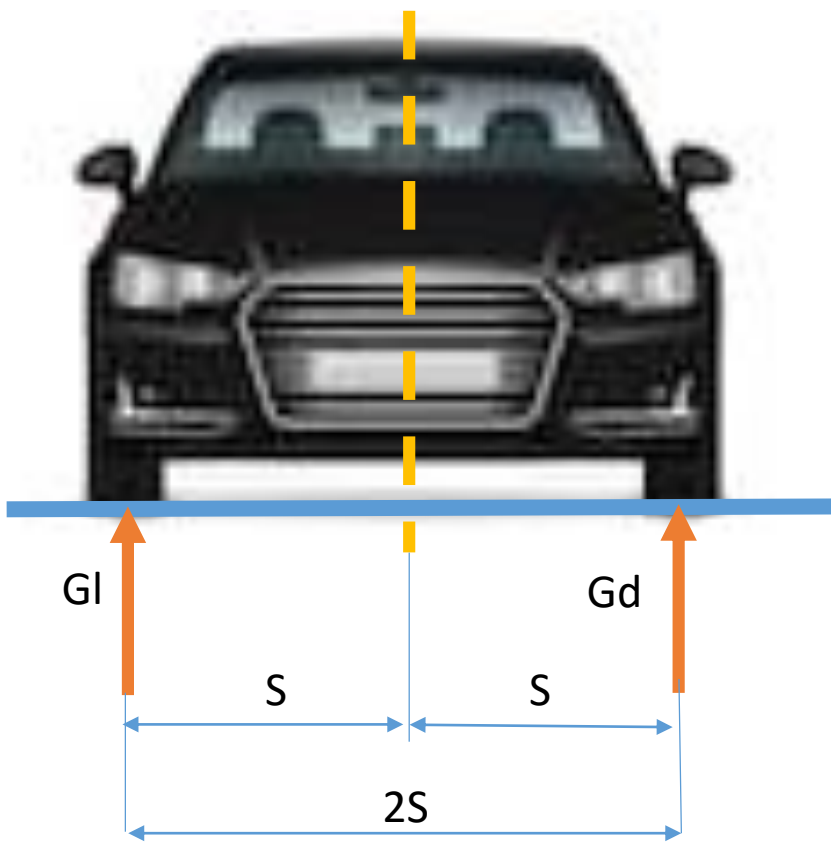


Пре претпостављања положаја тежишта

У складу са оним што је написано на претходној страници поставили смо тежиште на левој страни возила односно ближе левим точковима.

Уколико поставите тежиште на погрешној страни добићете као решење негативну вредност (нпр. $-0,084\text{ m}$) што је индикација да сте поставили тежиште на погрешној страни.

Величина C представља даљину тежишта од осе симетрије возила, па је задатак да израчунамо колико је тежиште удаљено од осе симетрије (величина C).



Растојање тежишта од осе симетрије рачунамо помоћу моментне једначине.

Поново тачке из којих ћемо рачунати моменте једначине постављамо у контакту тачка и подлоге. (Тачке А и В на слици)

У овом случају, дате су све вредности и можете поставити моменту једначину за било коју тачку (А или В).

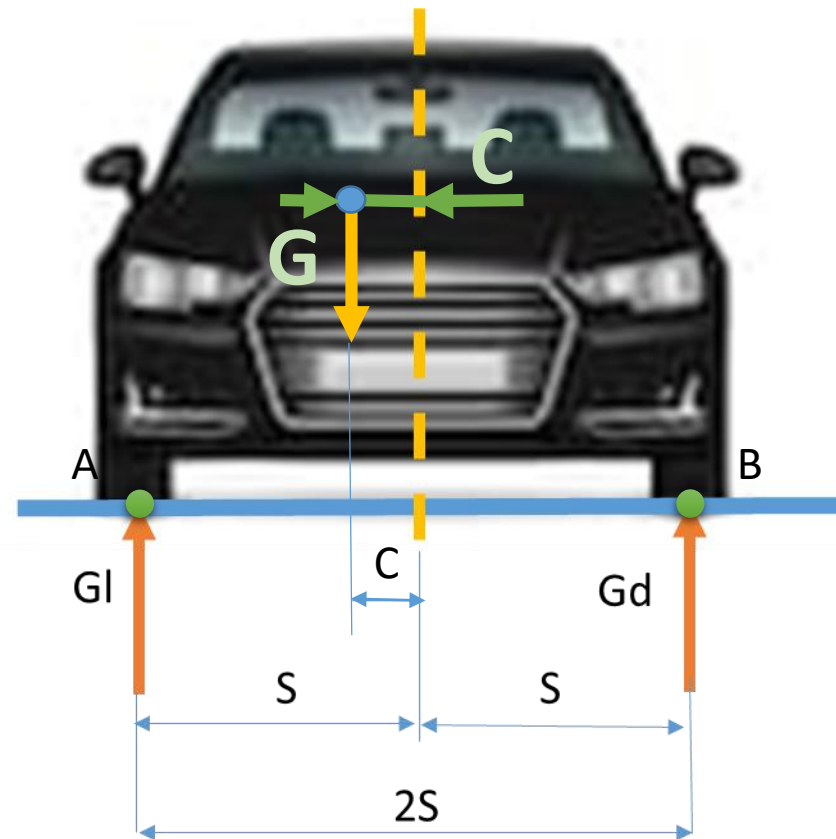
Постављамо моменту једначину за тачку А:

$$\sum M_A = 0$$

$$G \cdot (s - c) - G_d \cdot 2s = 0$$

Нама је потребна величина с па је потребно ослободити тај члан

$$G \cdot (s - c) = G_d \cdot 2s$$



$$G \cdot (s - c) = G_d \cdot 2s$$

Делимо једначину са G

$$s - c = \frac{G_d}{G} \cdot 2s$$

$$-c = \frac{G_d}{G} \cdot 2s - s$$

Извлачимо заједничке чланове s

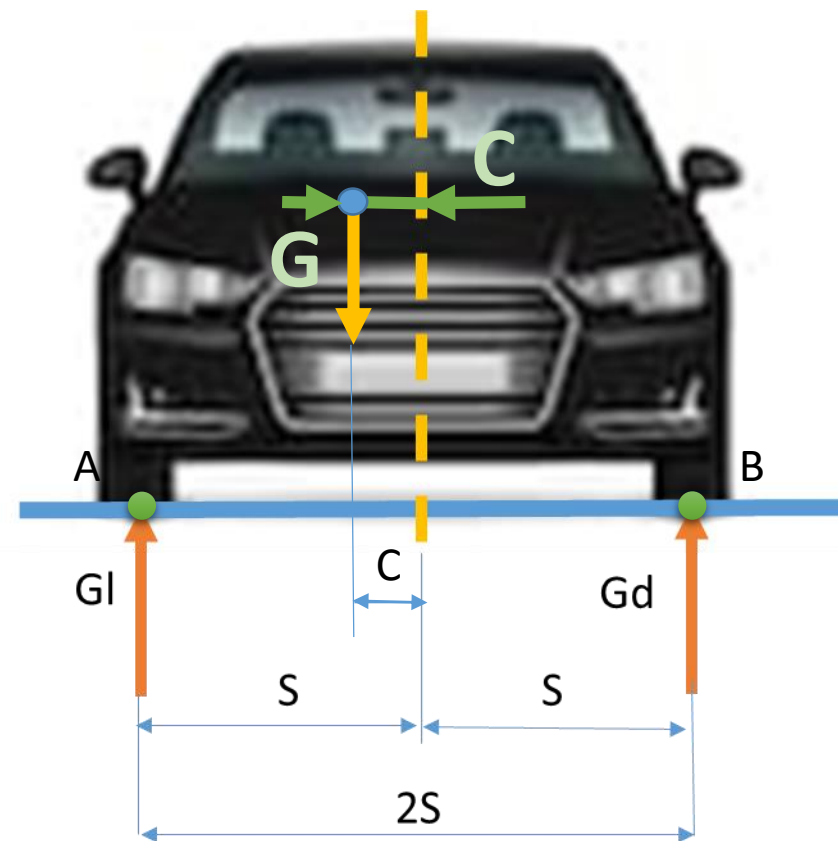
$$-c = \left(\frac{G_d}{G} \cdot 2 - 1\right) \cdot s$$

Сада крећемо са прорачуном

Потребна нам је тежина возила. Рачунамо као збир оптерећења левих и десних точкава:

$$G_l + G_d = G$$

$$7300 \text{ N} + 7000 \text{ N} = 14300 \text{ N}$$



Потребна нам је величина s , односно дужина једне половине трагова точкава. Укупна дужина трагова точкава је $2s=1,8\text{m}$ што значи да је $s=0,9\text{m}$

$$-c = \left(\frac{G_d}{G} \cdot 2 - 1\right) \cdot s$$

$$-c = \left(\frac{7000}{14300} \cdot 2 - 1\right) \cdot 0,9$$

$$-c = -0,02098 \cdot 0,9$$

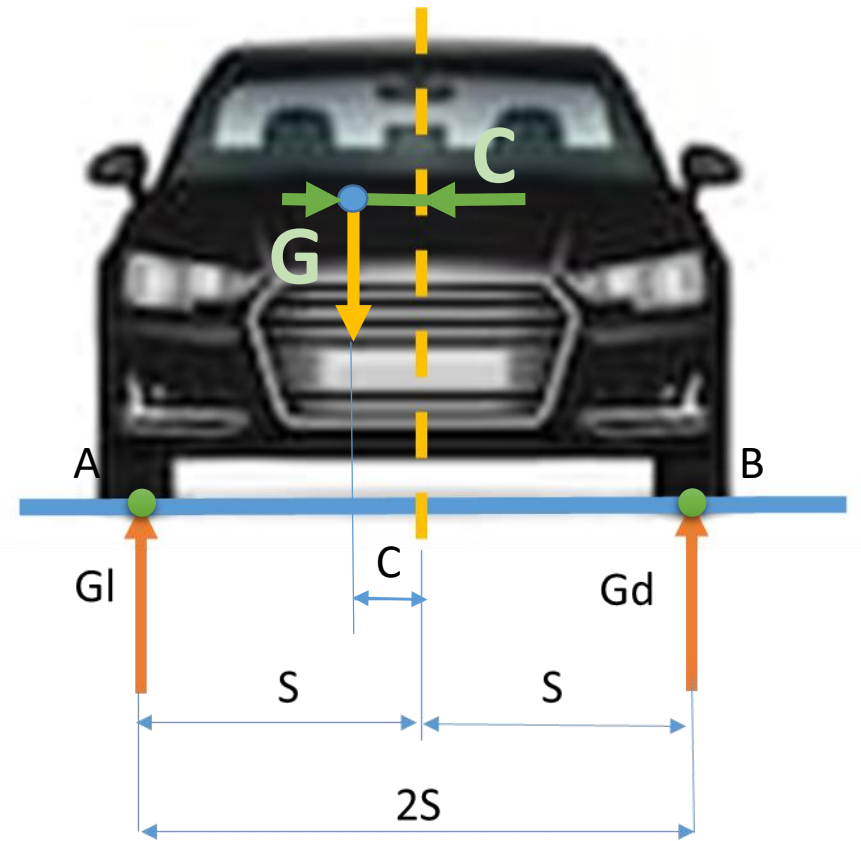
$$-c = -0,0189 \text{ m}$$

Решење množимо са -1

Коначно решење је:

$$\underline{c = 0,0189 \text{ m}}$$

Ово значи да тежиште одступа за 0,0189 m осе симетрије возила и да је од осе симетрије за 0,0189 m ближе левим точковима возила.



Сада се може поставити питање, зашто није тежиште тачно на средини возила (на осе симетрије возила)? Разлог је што имамо одређене елементе унутар возила, које немамо са обе стране возила (нпр. акумулатор, управљачки механизам, ...). Произвођачи теже да расподеле масу ближе осе симетрије, али то је тешко изводљиво.

Када рачунате одступање тежишта од осе симетрије можете само једном рачунати тј. само за једну тачку. У циљу да вам представимо да се добијају идентични резултати поставићемо и моменту једначину за тачку В.

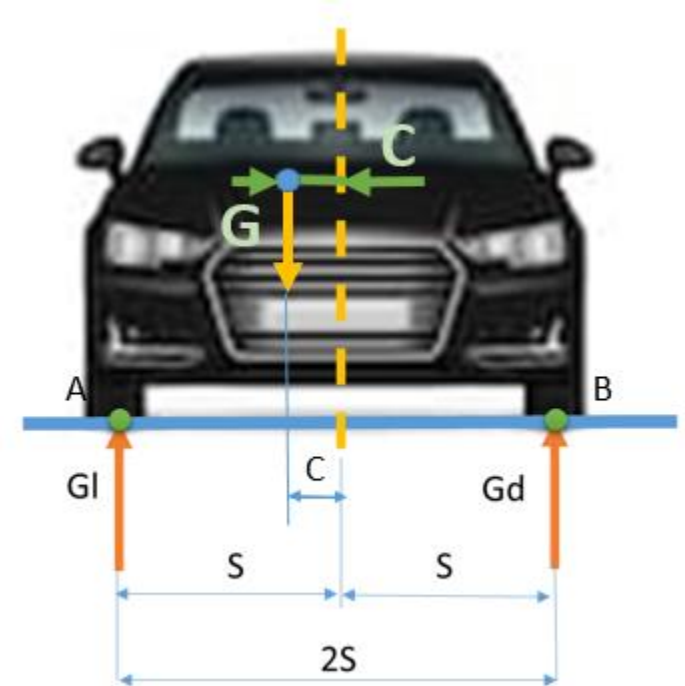
$$\sum M_B = 0$$

$$G \cdot (s + c) - G_l \cdot 2s = 0$$

$$G \cdot (s + c) = G_l \cdot 2s$$

$$c = \frac{G_l}{G} \cdot 2s - s$$

$$c = \left(\frac{G_l}{G} \cdot 2 - 1\right) \cdot s$$

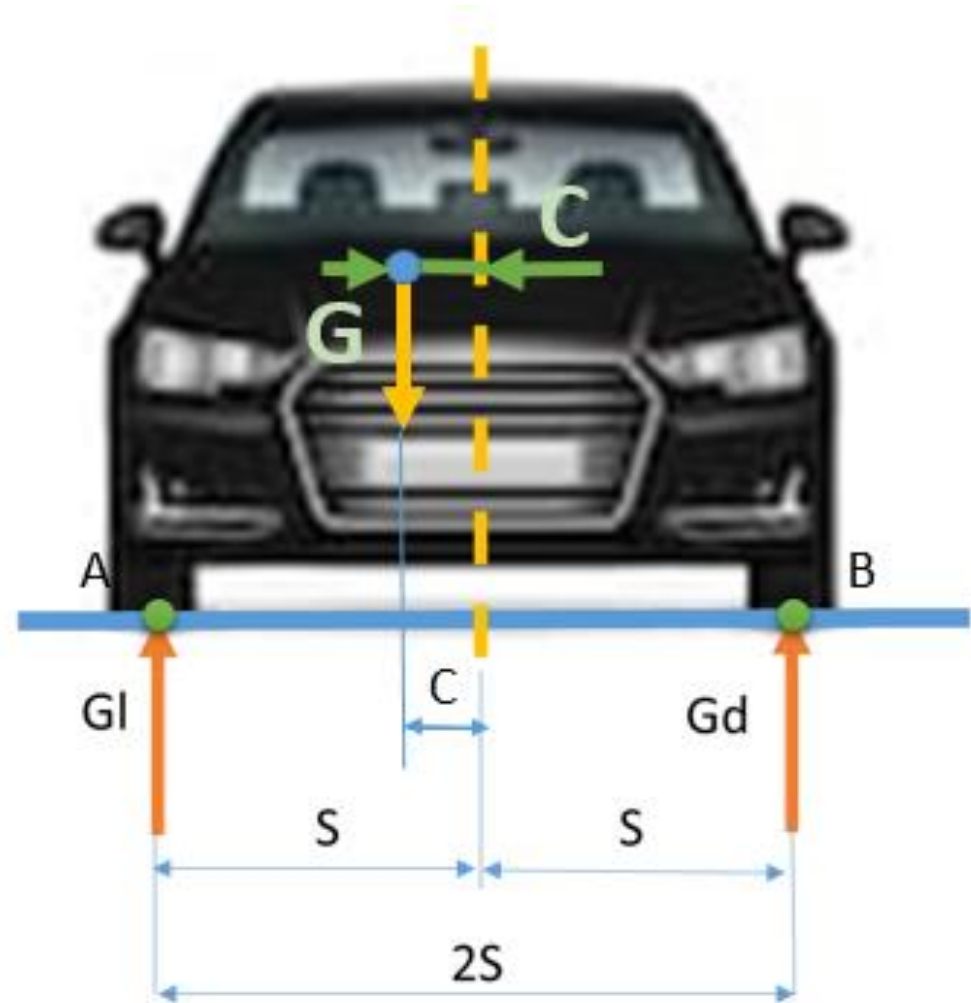


$$c = \left(\frac{G_l}{G} \cdot 2 - 1 \right) \cdot s$$

$$c = \left(\frac{7300}{14300} \cdot 2 - 1 \right) \cdot 0,9$$

$$c = 0,02098 \cdot 0,9$$

$$\underline{c = 0,0189 \text{ m}}$$

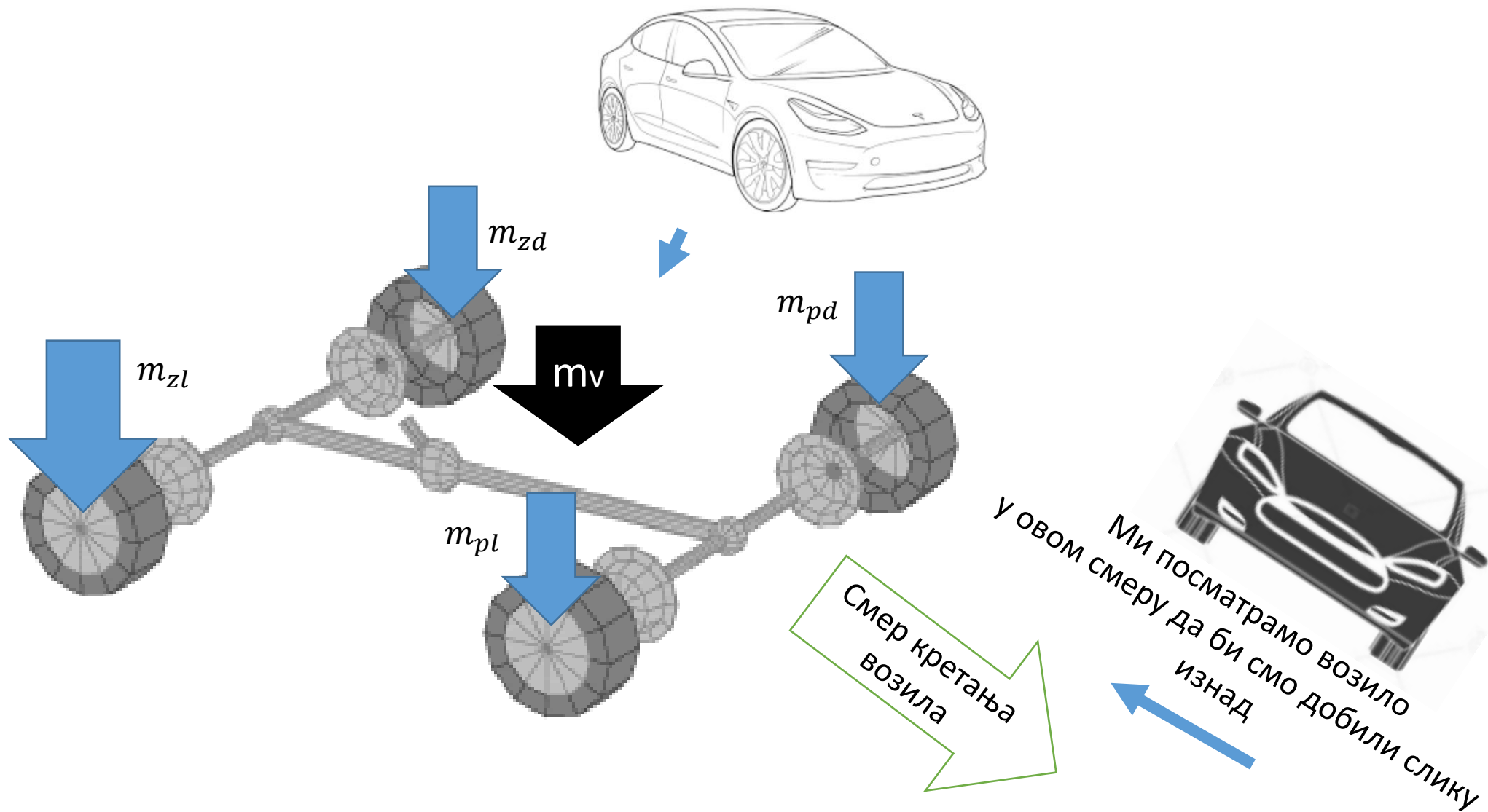


2. За двоосовинско возило одредити одступање тежишта возила у односу на осу симетрије ако је познато да је расподела маса таква да је: Траг точкова износи $2s = 2,1 \text{ m}$

- Предњи леви точак (m_{pl}) оптерећен масом од 400 kg
- Предњи десни точак (m_{pd}) оптерећен масом од 350 kg
- Задњи леви точак (m_{zl}) оптерећен масом од 350 kg
- Задњи десни точак (m_{zd}) оптерећен масом од 300 kg

Траг точкова износи $2s = 1,6 \text{ m}$

Да би смо разумели оптерећења и расподелу маса која је дата можемо посматрати следећу слику



У овом задатку није дато оптерећење леве и десне стране возила већ су дате масе којима су оптерећени точкови на возилу (за сваки точак појединачно, па је потребно одредити оптерећење левих и десних точкова. Посматрамо слику

Да би смо израчунали масу возила потребно је сабрати све масе оптерећења свих точкова

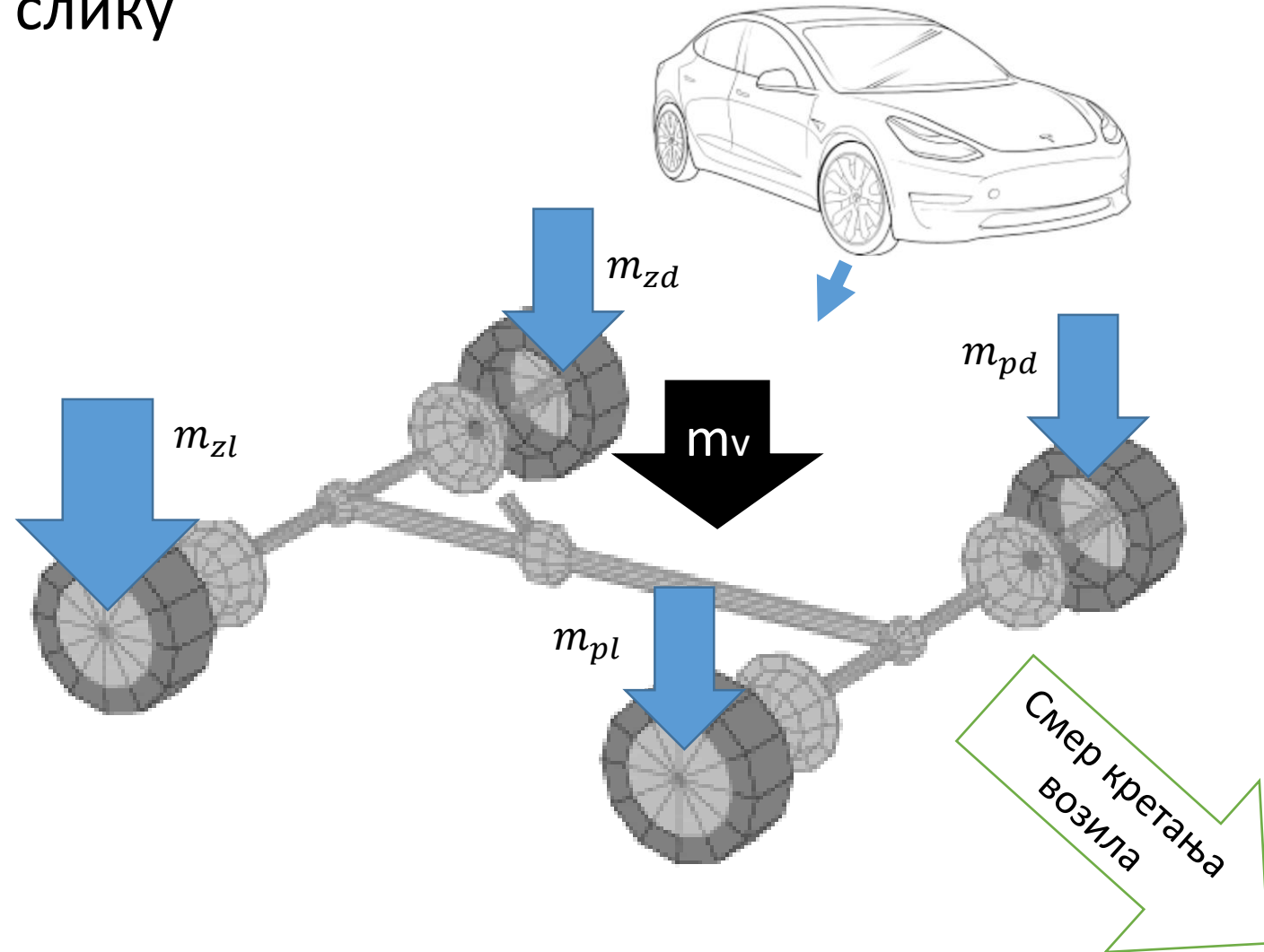
$$m_v = m_{pl} + m_{pd} + m_{zl} + m_{zd}$$

$$m_v = 400 + 350 + 300 + 350$$

$$m_v = 1400 \text{ kg}$$

Тежина возила износи:

$$G = 13734 \text{ N}$$



Имајући у виду да је нама потребно оптерећење леве стране возила морамо сабрати масе оптерећења левих точкова. Док за оптерећење десне стране возила сабирамо оптерећења десних точкова.

Оптерећење леве стране возила је

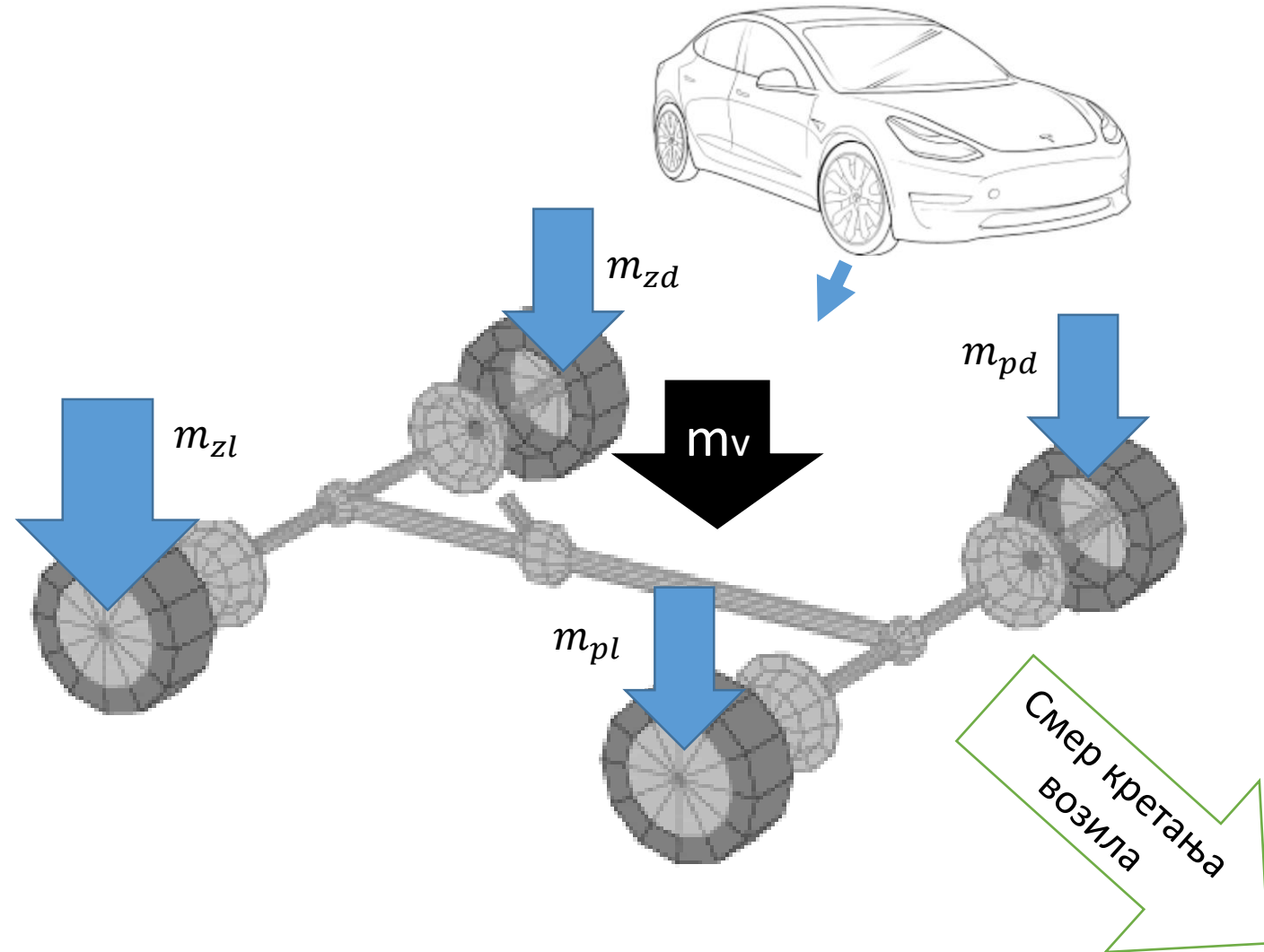
$$m_l = m_{pl} + m_{zl}$$

$$m_l = 400 + 350$$

$$m_l = 750 \text{ kg}$$

Односно

$$G_l = 7358 \text{ N}$$



Имајући у виду да је нама потребно оптерећење леве стране возила морамо сабрати масе оптерећења левих точкова. Док за оптерећење десне стране возила сабирамо оптерећења десних точкова.

Оптерећење десне стране возила је

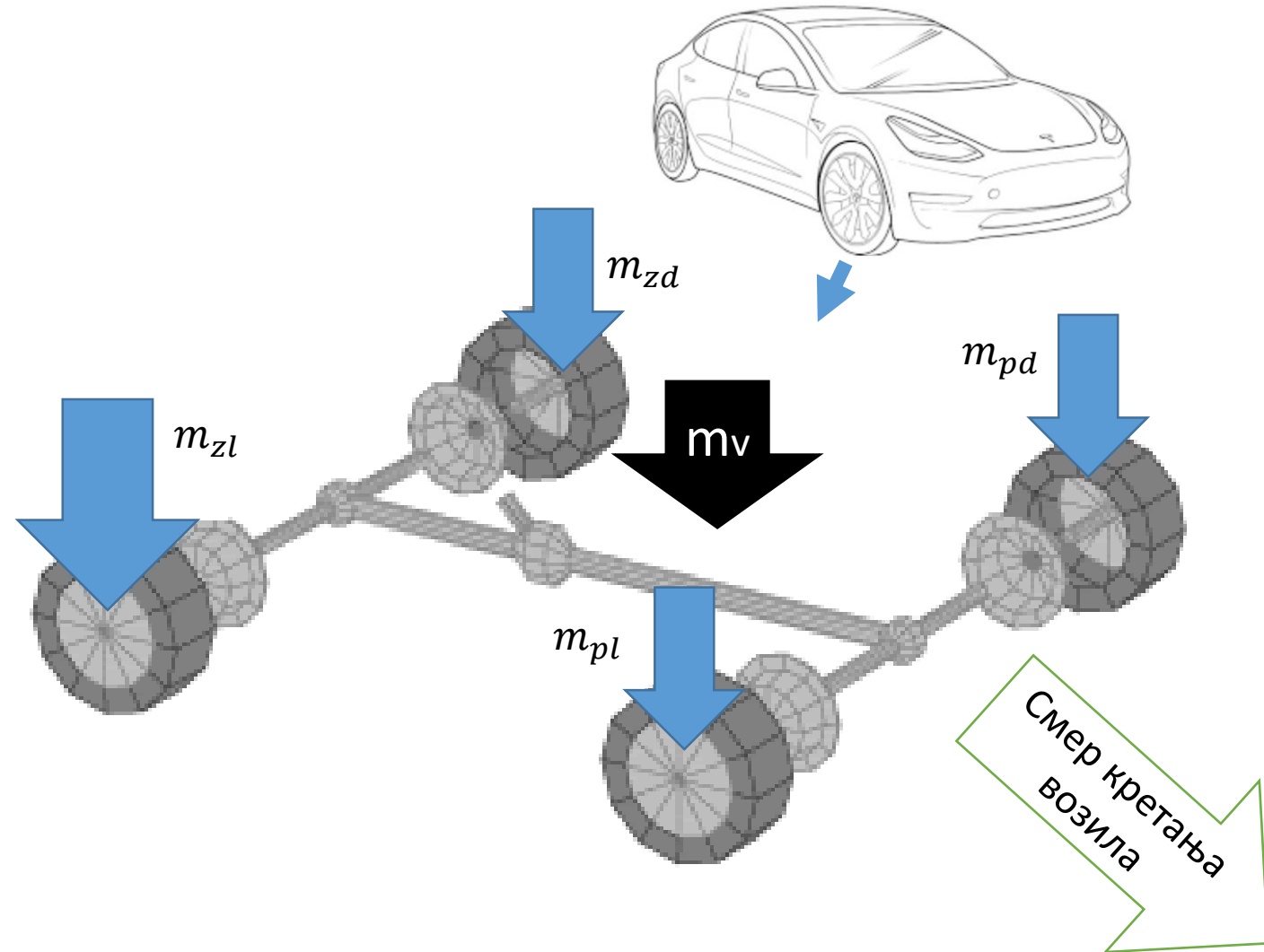
$$m_d = m_{pd} + m_{zd}$$

$$m_d = 350 + 300$$

$$m_d = 650 \text{ kg}$$

Односно

$$G_d = 6376 \text{ N}$$



- Када су нам познате масе возила можемо сада рачунати одступање тежишта од осе симетрије. Имајући у виду да је веће оптерећење левих точкова тежиште поставићемо тежиште ближе левим точковима. ОВО НЕ МОРА УВЕК ДА БУДЕ СЛУЧАЈ, НАРАВНО УКОЛИКО ЈЕ ВЕЋЕ ОПТЕРЕЋЕЊЕ НА ДЕСНИМ ТОЧКОВИМА ПОСТАВЉАМО ТЕЖИШТЕ БЛИЖЕ ДЕСНИМ ТОЧКОВИМА.

Постављамо моменту једначину за тачку А:

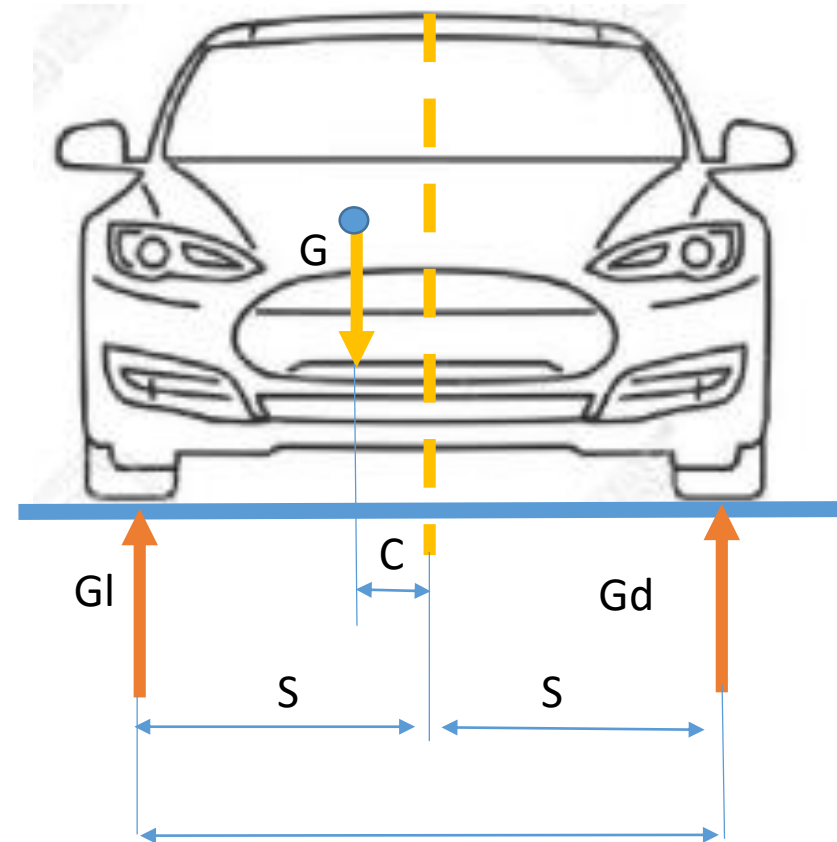
$$\sum M_A = 0$$

$$G \cdot (s - c) - G_d \cdot 2s = 0$$

Нама је потребна величина s па је потребно ослободити тај члан

$$G \cdot (s - c) = G_d \cdot 2s$$

$$s - c = \frac{G_d}{G} \cdot 2s$$



$$s - c = \frac{G_d}{G} \cdot 2s$$

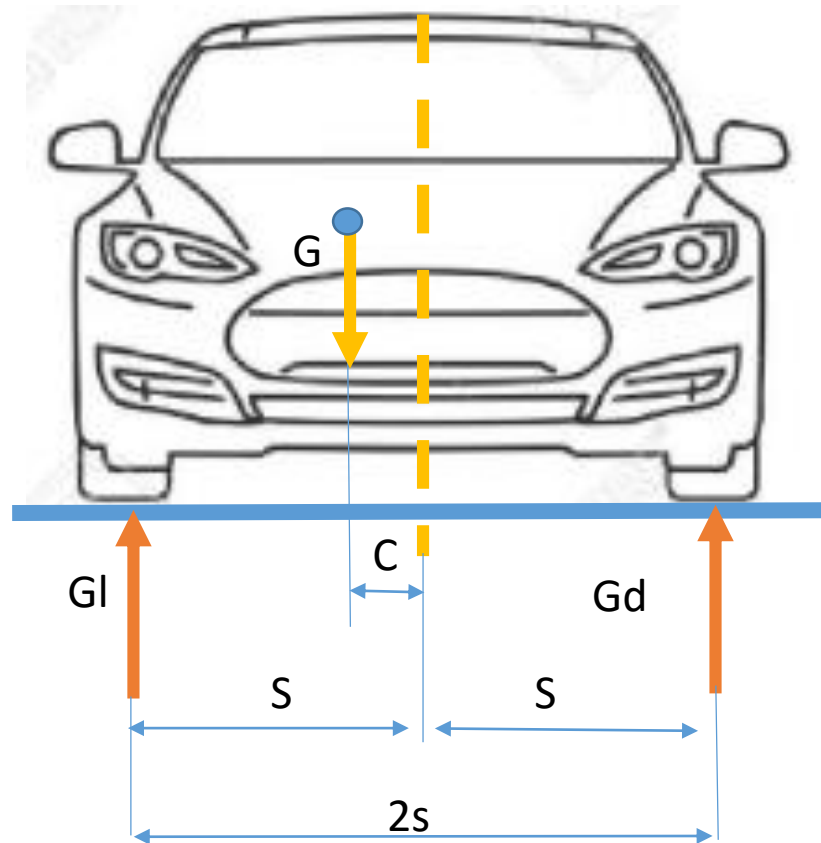
$$-c = \frac{G_d}{G} \cdot 2s - s$$

$$-c = \left(\frac{G_d}{G} \cdot 2 - 1\right) \cdot s$$

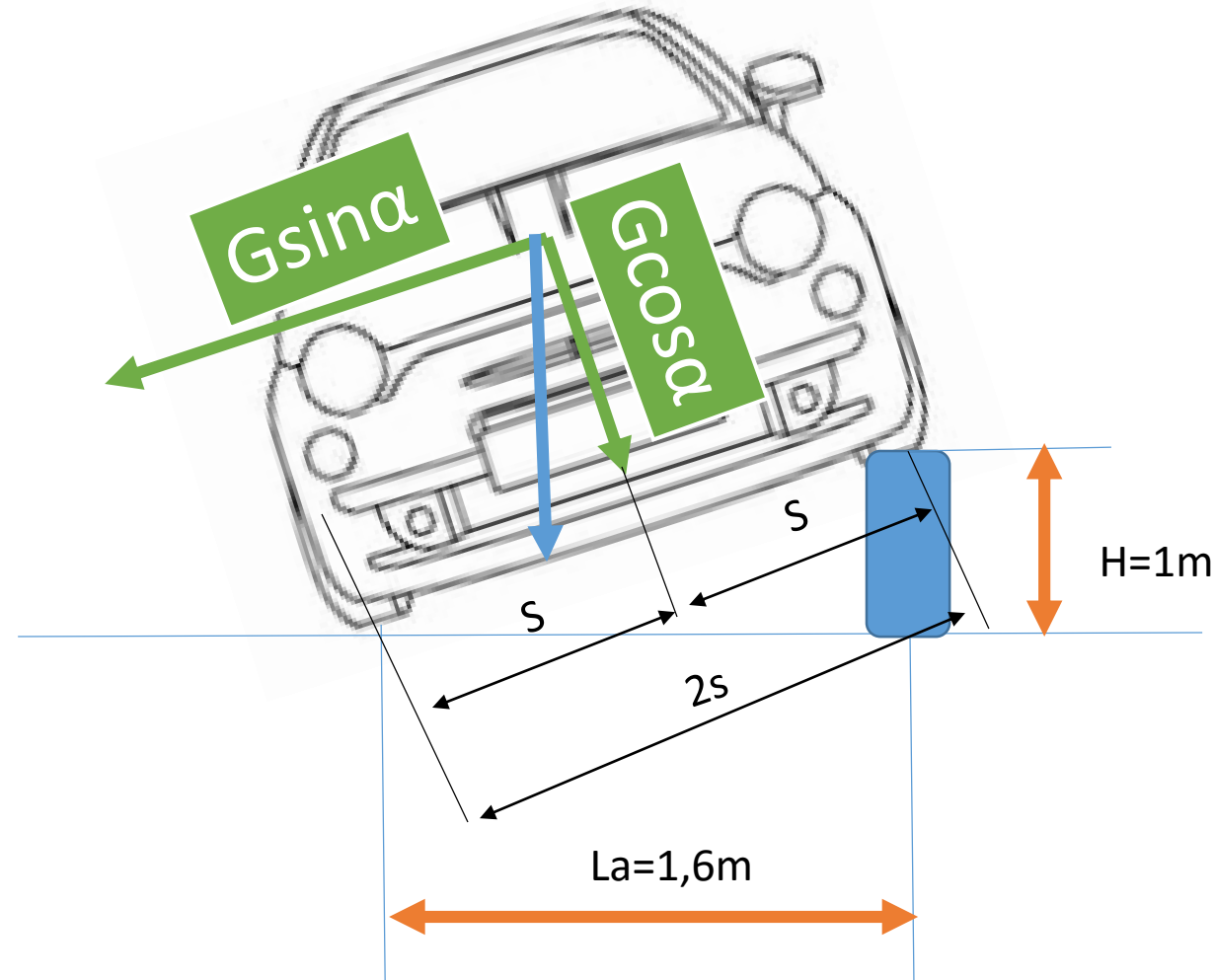
$$-c = \left(\frac{6376}{13734} \cdot 2 - 1\right) \cdot 0,8$$

$$-c = -0,0572$$

$$c = 0,0572 \text{ m}$$



3. Подизањем једне стране возила укупне масе $m_u=1620$ kg на висини од $H=1$ m, измерена је маса на другој страни од $m_a=1200$ kg. Ако је траг точкова $2s=1,82$ m а његова хоризонтална пројекција износи $l_a=1,6$ m, одредити висину тежишта у попречној равни уз претпоставку да се тежиште налази на подужној оси возила односно на оси симетрије у попречној равни.



Потребно је да израчунамо висину тежишта возила, што значи да висину тежишта можемо израчунати и на овај начин.

Висину тежишта можемо израчунати постављањем моментне једначине. У овом случају морамо поставити моментну једначину у тачки В, јер нам је познато оптерећење левих точкова.

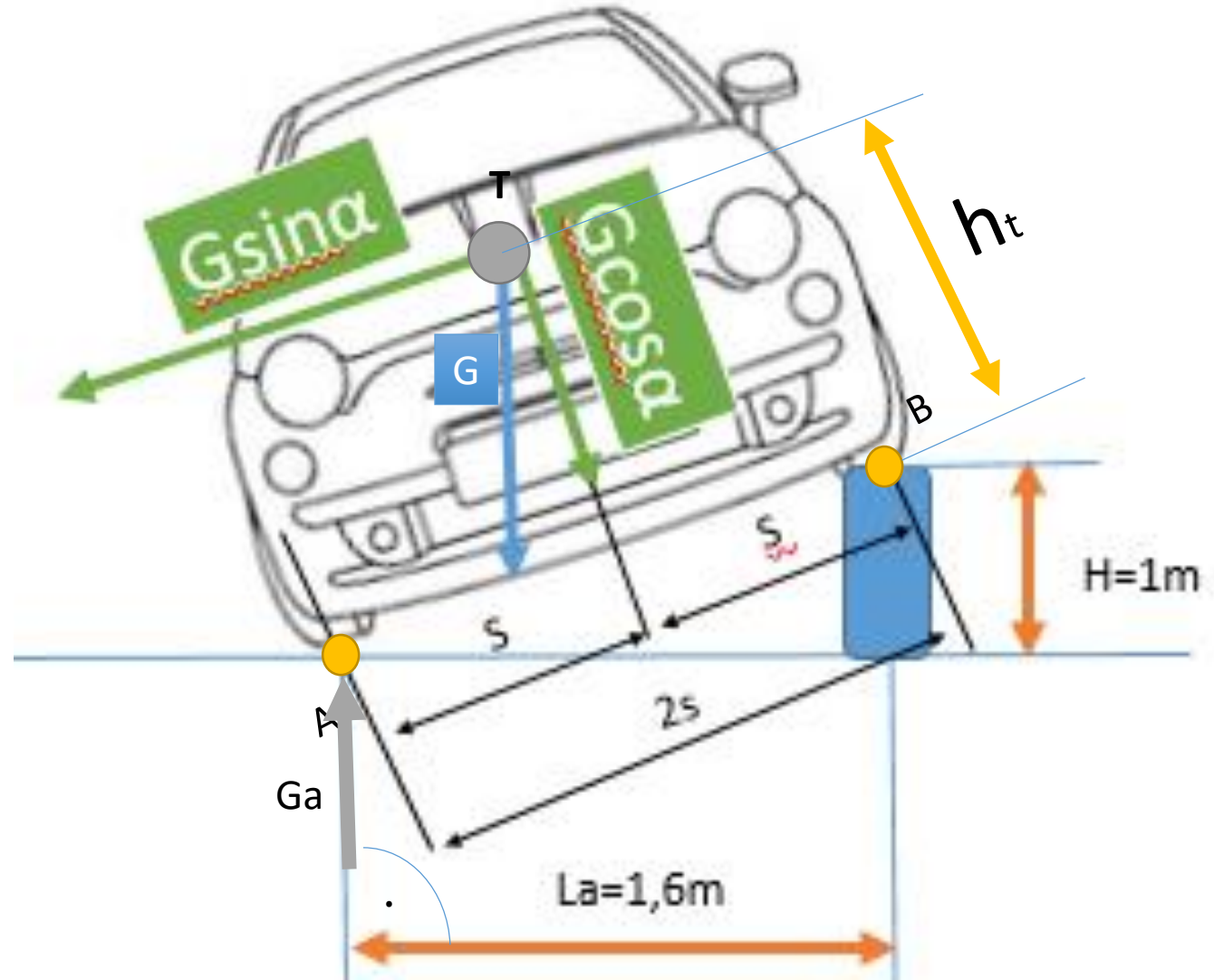
$$\sum M_B = 0$$

$$-G_A \cdot L_A + G \cdot \cos\alpha \cdot s + G \cdot \sin\alpha \cdot h_t = 0$$

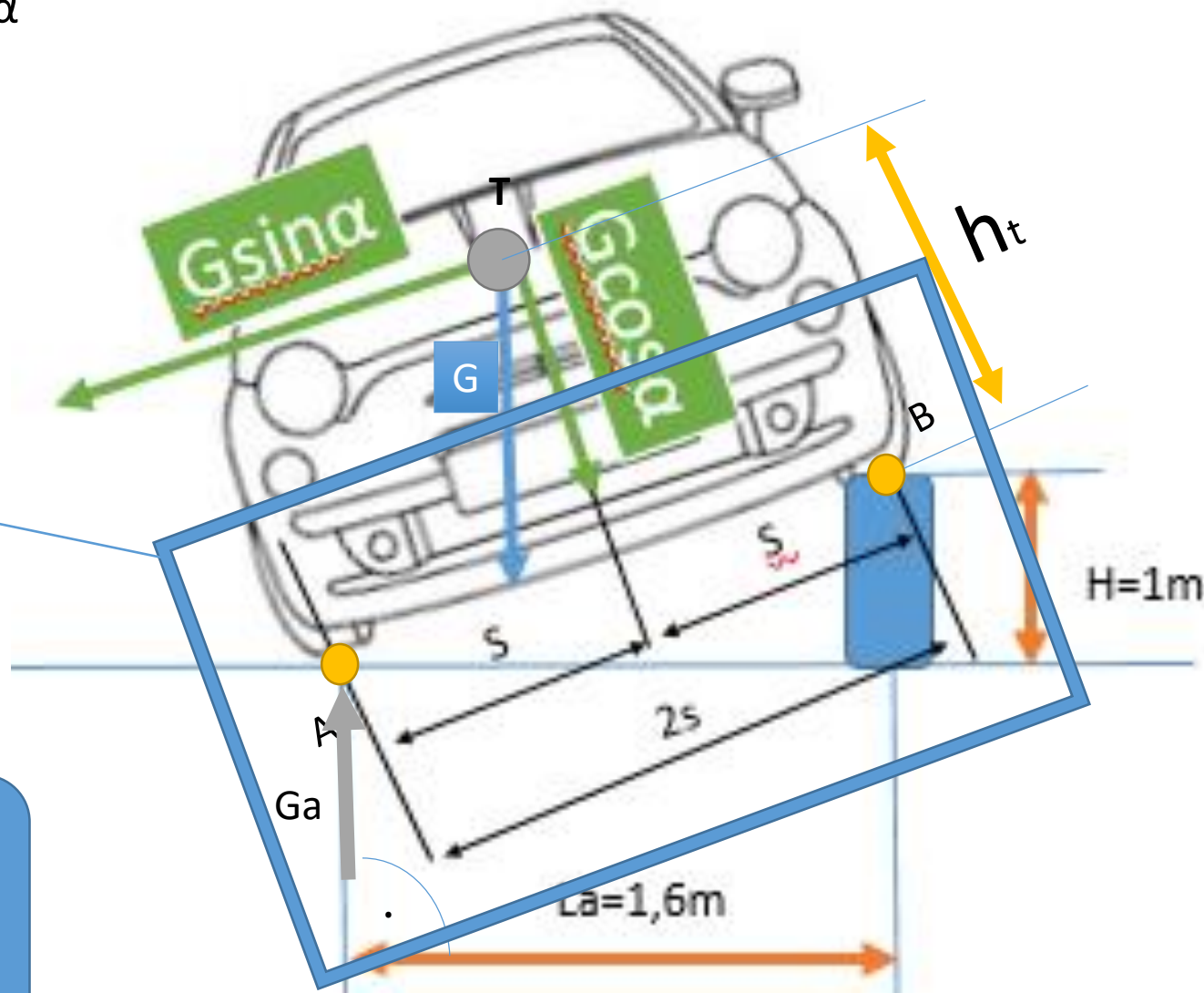
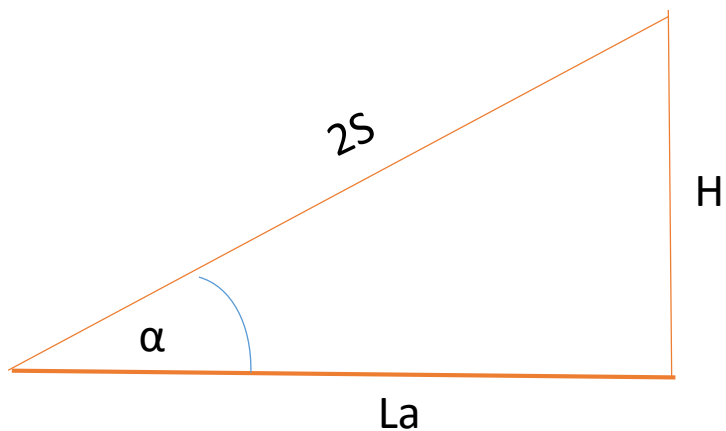
Ослобађамо h_t

$$G \sin\alpha \cdot h_t = G_A \cdot L_A - G \cos\alpha \cdot s$$

$$h_t = \frac{G_A \cdot L_A - G \cdot \cos\alpha \cdot s}{G \cdot \sin\alpha}$$



Посматрајући слику: можемо издвојити део са слике помоћу кога можемо израчунати $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$



Са ове слике можемо рећи да је:

$$\sin\alpha = \frac{H}{2s}$$

$$\cos\alpha = \frac{L_A}{2s}$$

ОВЕ ДВЕ ЈЕДНАЧИНЕ САДА УНОСИМО У ГЛАВНУ ЈЕДНАЧИНУ - УМЕСТО $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$

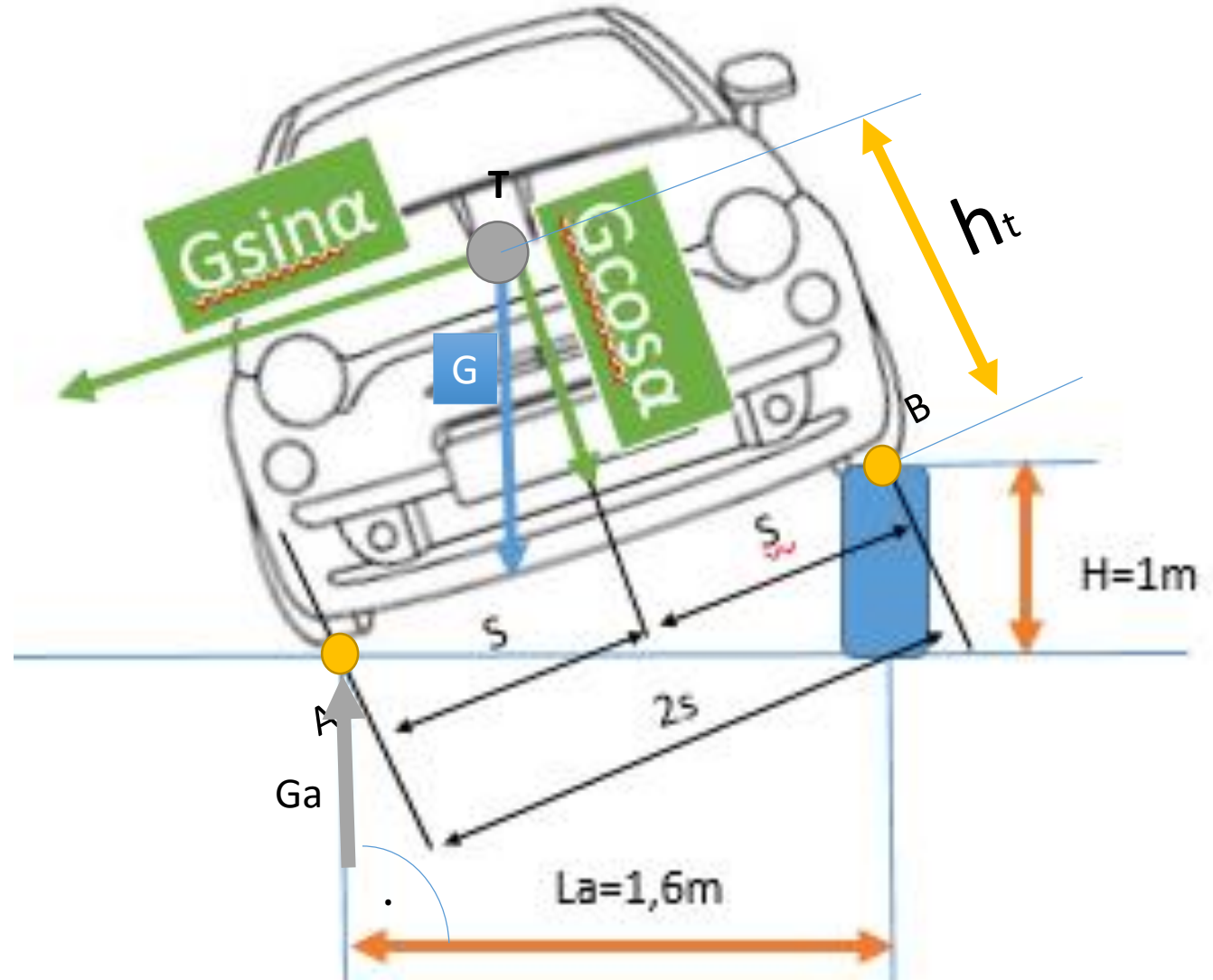
$$\cos\alpha = \frac{L_A}{2s}$$

$$h_t = \frac{G_A \cdot L_A - G \cdot \cos\alpha \cdot s}{G \cdot \sin\alpha}$$

$$\sin\alpha = \frac{H}{2s}$$

$$h_t = \frac{G_A \cdot L_A - G \cdot \frac{L_A}{2s} \cdot s}{\frac{G \cdot H}{2s}}$$

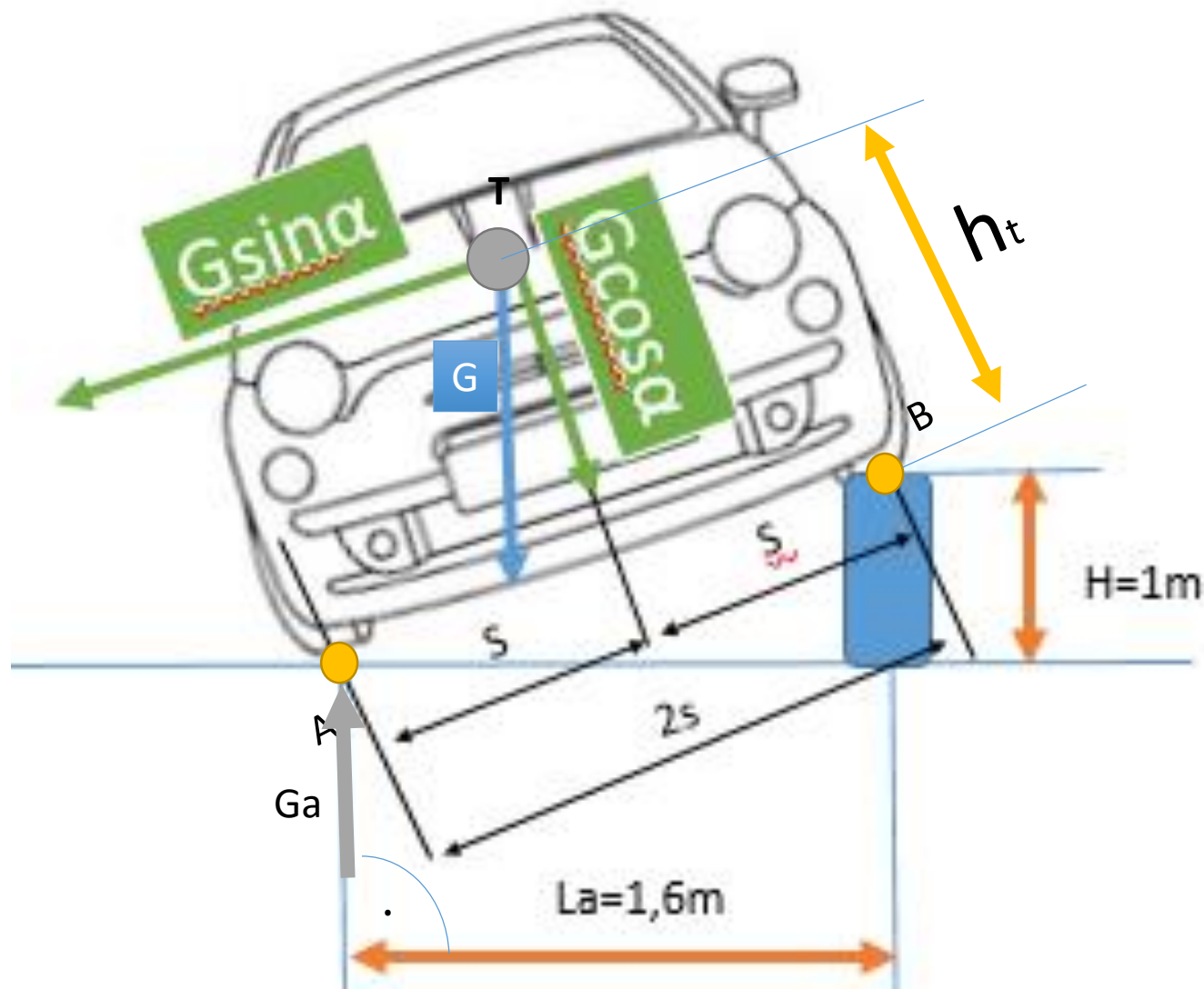
$$h_t = \frac{(G_A \cdot L_A - G \cdot \frac{L_A}{2})}{\frac{G \cdot H}{2s}}$$



$$h_t = \frac{L_A \cdot (G_A - G \cdot \frac{1}{2})}{\frac{G \cdot H}{2s}}$$

$$h_t = \frac{L_A \cdot (G_A - G \cdot \frac{1}{2})}{\frac{1}{\frac{G \cdot H}{2s}}}$$

$$h_t = \frac{L_A \cdot (G_A - G \cdot \frac{1}{2}) \cdot 2s}{G \cdot H}$$



$$h_t = \frac{L_A \cdot (G_A - G \cdot \frac{1}{2}) \cdot 2s}{G \cdot H}$$

Пре рачунања морамо масе претворити у тежине, тј. масе дате у задатку помножимо са убрзањем земљине теже

$$h_t = \frac{1,6 \cdot (11772 - 15892,2 \cdot \frac{1}{2}) \cdot 1,82}{15892,2 \cdot 1}$$

$$\underline{h_t = 0,701 \text{ m}}$$

Висина тежишта возила у конкретном случају износи 0,701 м.

