

Задаци:

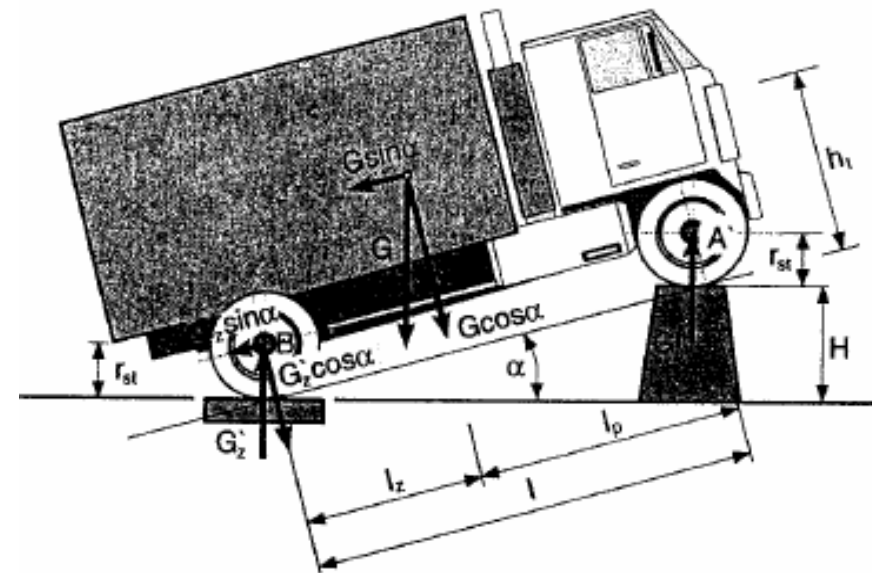
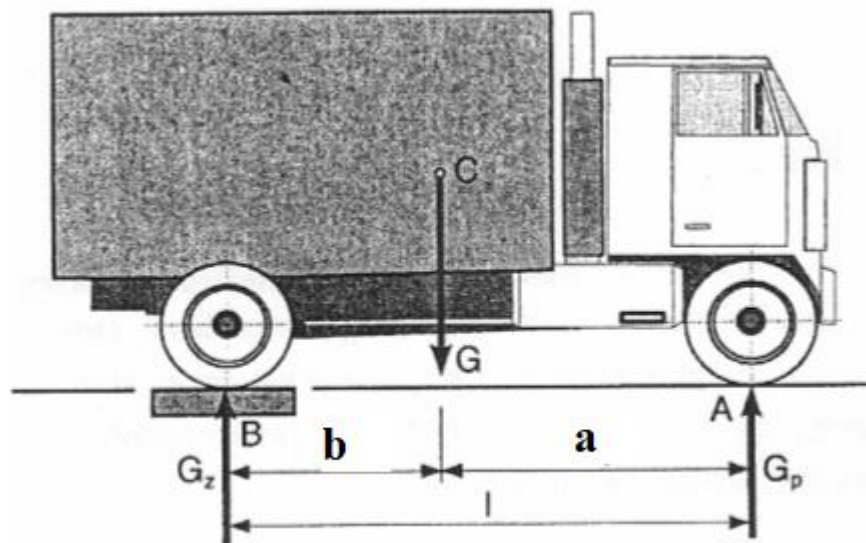
Тежиште возила и расподела маса

- *вежбе из предмета МОТОРНА ВОЗИЛА*

- *23.03.2020. године-*

1. Са циљем одређивања положаја тежишта моторног возила сопствене масе $m=2290$ kg, на нагазној ваги је измерено оптерећење задње осовине $G_2=12595$ N. После тога је подигнут предњи крај возила на висину од $H=1,3$ m и измерено је оптерећење исте осовине (задње) од $G_z=15235$ N. Осовинско растојање возила износи $l=2,6$ m, а статички полупречник точка $r_s=0,356$ m. Одредити:

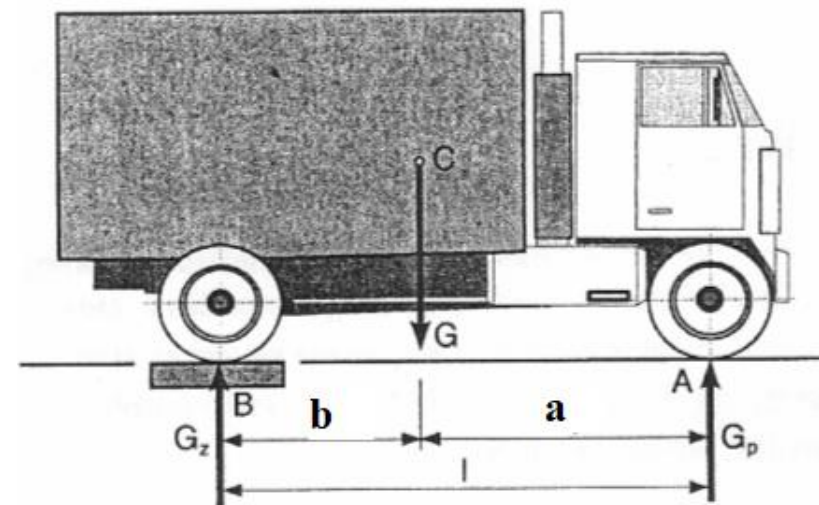
- Положај тежишта возила у односу на размак осовина
- Висину тежишта



Решавамо задатак под а.

У овом случају требамо одредити положај тежишта у односу на предњу осовину (растојање a) и у односу на задњу осовину (растојање b).

Растојања можемо одредити постављањем моментне једначине. Постављањем моментне једначине у тачки А. Дато је оптерећење задње осовине (G_z) на хоризонталној подлози. У случају да је дато оптерећење предње осовине, онда морате поставити моментну једначину за тачку В. У случају да су дата оба оптерећења тј. да су позната, у том случају можете бирати сами, где ћете поставити моментну једначину.

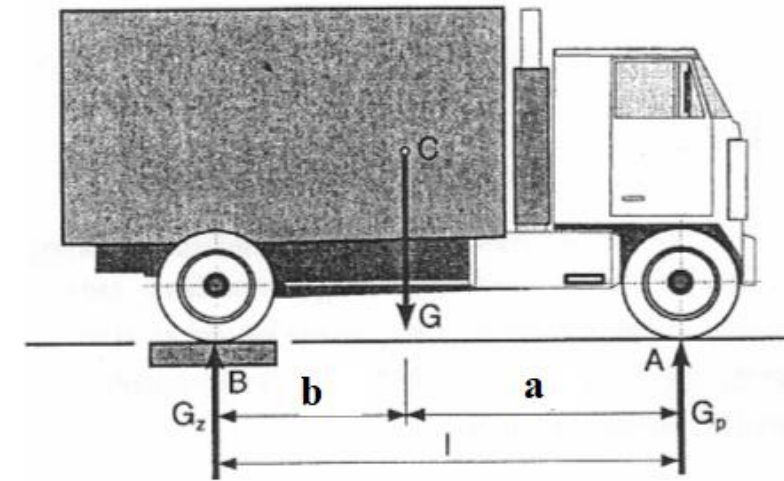


Постављамо моментну једначину за тачку А:

$$\sum M_a = 0$$

$$G \cdot a - G_z \cdot l = 0$$

$$G \cdot a = G_z \cdot l$$



Имајући у виду да је потребно израчунати величину, „а“, исту морамо „ослободити“ од осталих чланова у једначини па следи:

$$a = \frac{G_z \cdot l}{G}$$

Користи за решење задатка под б.

$$l = \frac{G \cdot a}{G_z}$$

Сада имамо једначину помоћу које можемо израчунати растојање предње осовине од тежишта. Међутим у задатку нам је дата маса возила (јединица kg) , док је оптерећење дато као тежина (јединица N). Зато је потребно да израчунамо помоћу масе возила, његову тежину. Тежина возила се рачуна као производ масе возила и убрзања земљине теже ($9,81 \text{ m/s}^2$).

$$G = m \cdot g = 2290 \cdot 9,81 = 22465 \text{ N}$$

Даље рачунамо:

$$a = \frac{12595 \cdot 2,6}{22465}$$

$$a = \frac{12595 \cdot 2,6}{22465}$$

$$\mathbf{a = 1,458 \text{ m}}$$

Сада је потребно израчунати растојање тежишта од задње осовине возила. Међуосовинско растојање (l) представља збир растојања тежишта од предње осовине (a) и растојања тежишта од задње осовине (b).

$$l = a + b$$

Из овога следи:

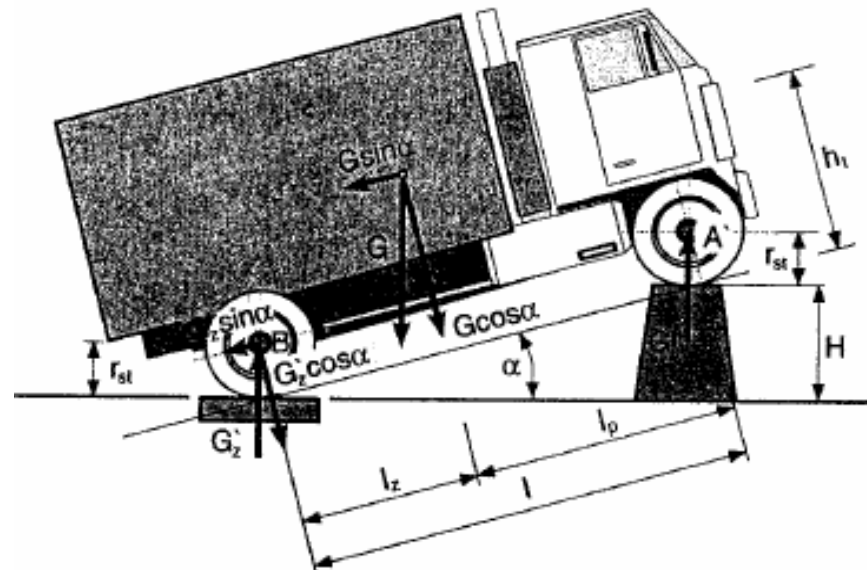
$$b = l - a$$

$$b = 2,6 - 1,458$$

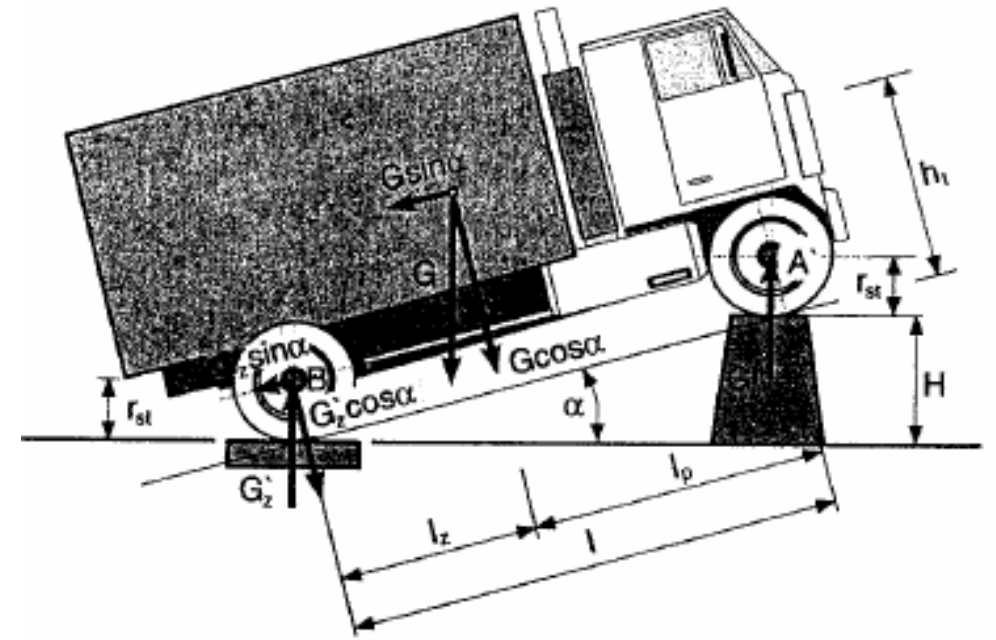
$$\mathbf{b = 1,142 \text{ m}}$$

Решење под b.

Када смо одредили положај тежишта у односу на осовине, сада је потребно одредити висину тежишта. У овом случају се подиже једна од осовина док се на другој врши мерење оптерећења предметне осовине (која није подигнута). У овом случају, у задатку је наглашено да је подигнута на висину од 1,3 m предња осовина и измерено је оптерећење задње осовине (Z_2 или у овом случају означено са G_2). Наведеном објашњењу одговара слика испод текста:



Да би се израчунала висина тежишта потребно је поставити моменту једначину. Постављамо моменту једначину у тачки А, која се налази у центру точка возила. У овом случају је дат статички полупречник точка (r_s), па зато постављамо ову тачку, у центру предњег точка. Ако немамо овај податак онда би се тачка А налазила у тачки контакта точка и подлоге.



$$\sum M_a = 0$$

$$G \sin \alpha \cdot (h_t - r_s) + G \cos \alpha \cdot a - G_2 \cdot l \cdot \cos \alpha = 0$$

Потребно је израчунати висину тежишта из чега следи:

$$G \sin \alpha \cdot (h_t - r_s) = G_2 \cdot l \cdot \cos \alpha - G \cos \alpha \cdot a$$

Делимо једначину са G

$$\sin \alpha \cdot (h_t - r_s) = \frac{G_2}{G} \cdot l \cdot \cos \alpha - \cos \alpha \cdot a$$

$$\sin\alpha \cdot (h_t - r_s) = \frac{G_2}{G} \cdot l \cdot \cos\alpha - \cos\alpha \cdot a$$

$$h_t - r_s = \frac{G_2}{G} \cdot l \cdot \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha \cdot a$$

Сада уместо l уводимо

$$l = \frac{G \cdot a}{G_2}$$

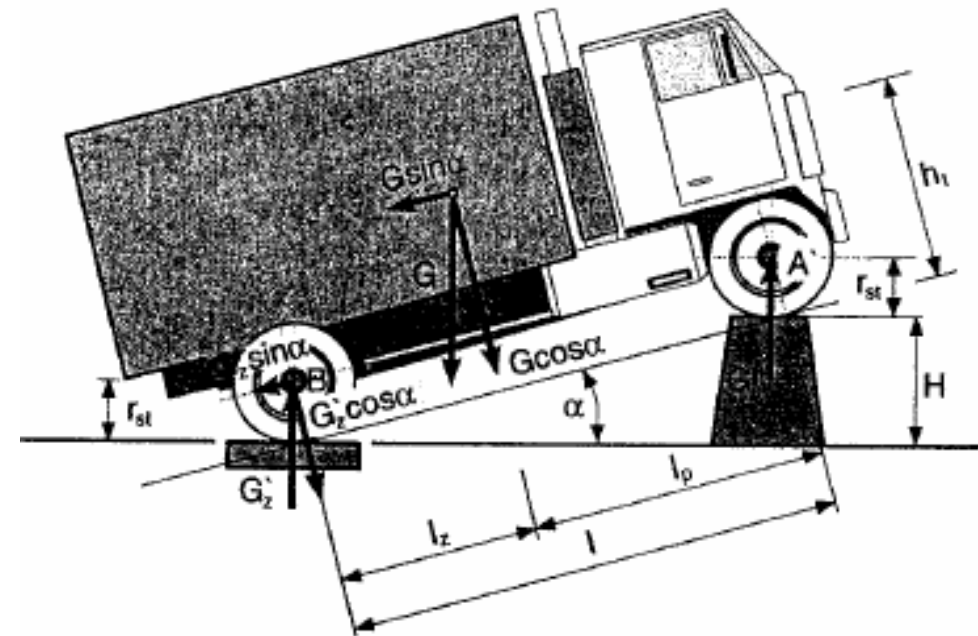
Ово једначина изведена је из моментне једначине, из првог дела задатка, само у овом случају уместо параметра a , извели смо једначину за l .

$$h_t - r_s = \frac{G_2}{G} \cdot \frac{G \cdot a}{G_2} \cdot \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha \cdot a$$

$$h_t - r_s = \frac{G_2}{G_2} \cdot a \cdot \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha \cdot a$$

Делимо једначину са $\sin\alpha$

Наглашавамо да је $\cos\alpha/\sin\alpha = \operatorname{ctg}\alpha$



$$h_t - r_s = \left(\frac{G_2}{G_z} - 1 \right) \cdot a \cdot ctg\alpha$$

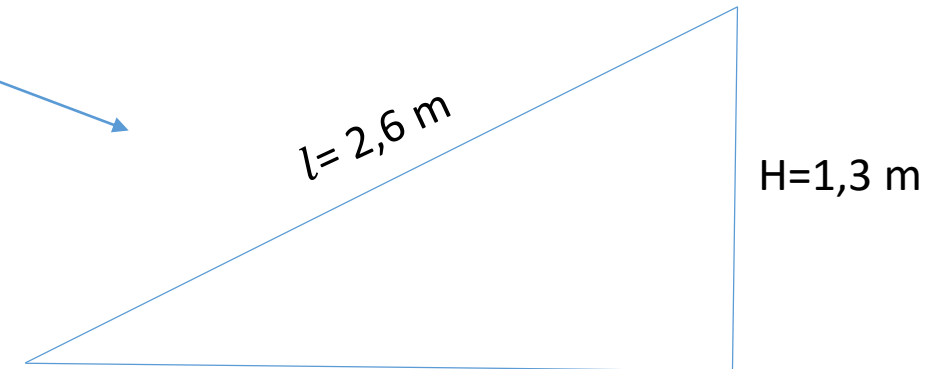
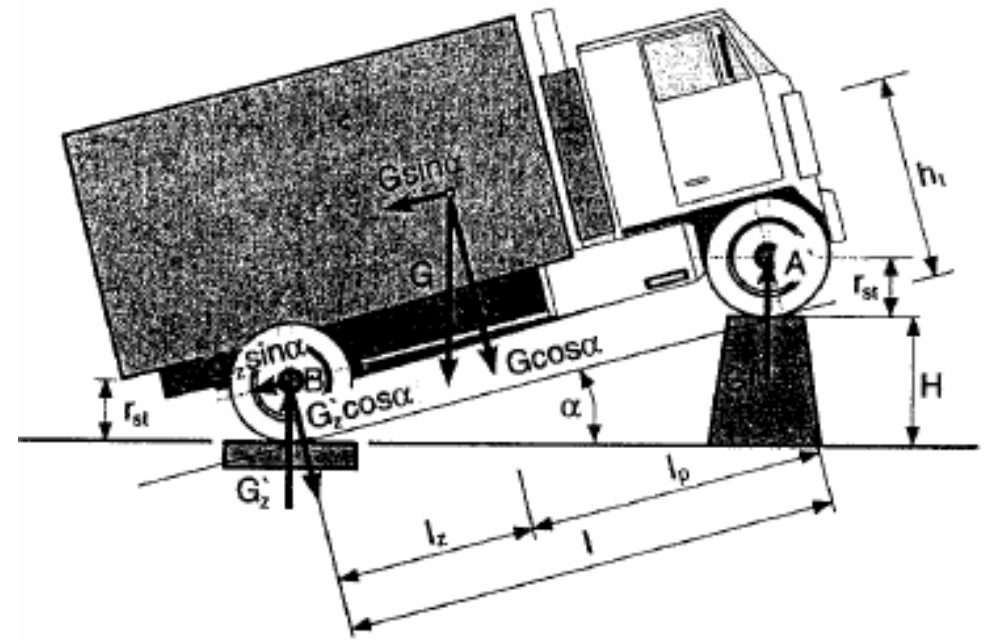
$$h_t = \left(\frac{G_2}{G_z} - 1 \right) \cdot a \cdot ctg\alpha + r_s$$

Сада имамо једначину за прорачун тежишта. Потребан нам је угао који заклапа возило са подлогом када је подигнуто. Према слици која је означено стрелицом, можемо израчунати УГАО, уз помоћ синуса угла, а према следећем прорачуну:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Наспрамна катета}}{\text{Хипотенуза}} = \frac{1,3}{2,6} = 0,5$$

$$\alpha = \arcsin 0,5$$

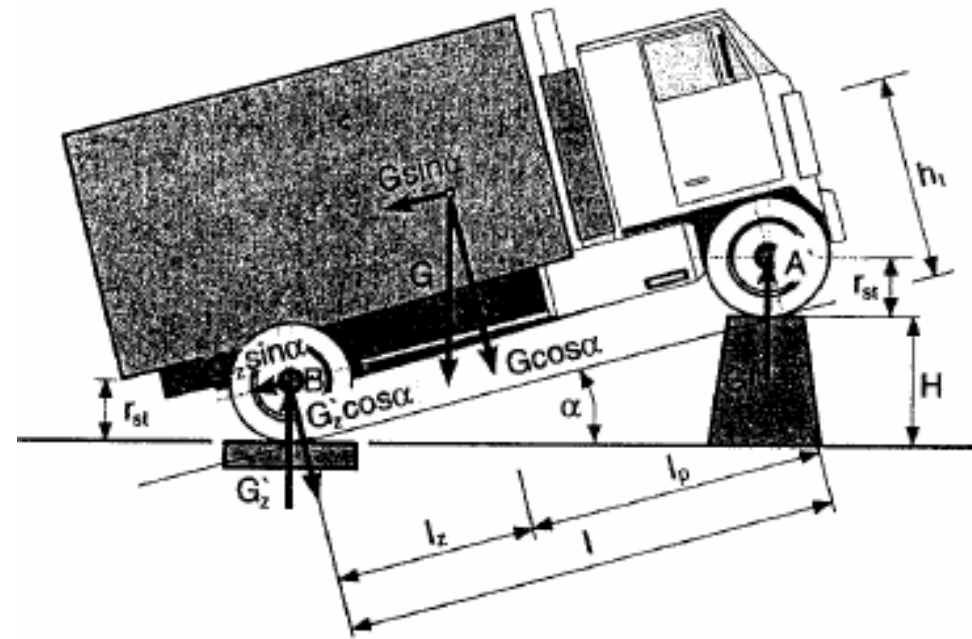
$$\alpha = 30^\circ$$



$$h_t = \left(\frac{15235}{12595} - 1 \right) \cdot 1,458 \cdot 1,73 + 0,356$$

$$h_t = \left(\frac{15235}{12595} - 1 \right) \cdot 1,458 \cdot 1,73 + 0,356$$

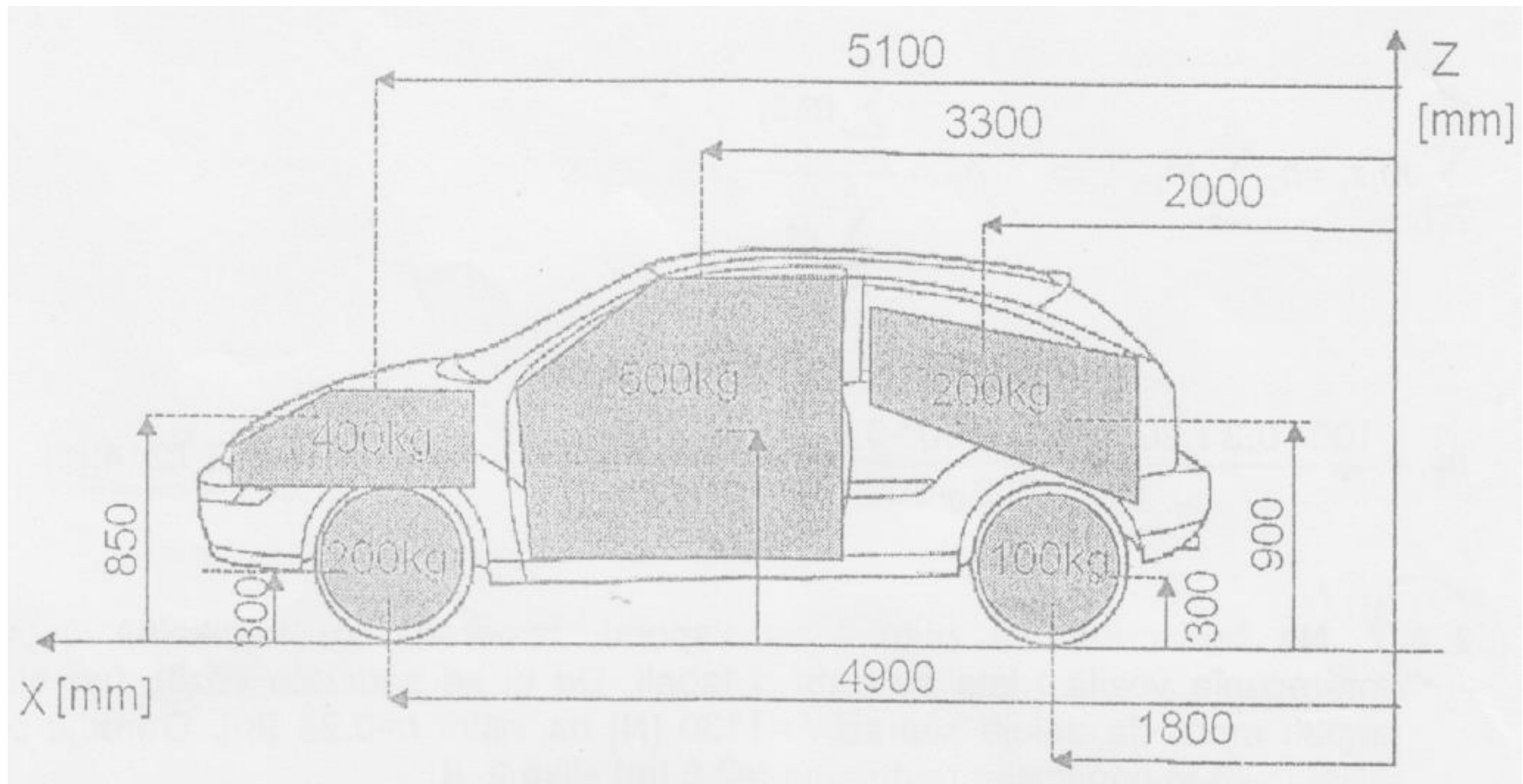
$$h_t = 0,883 \text{ m}$$



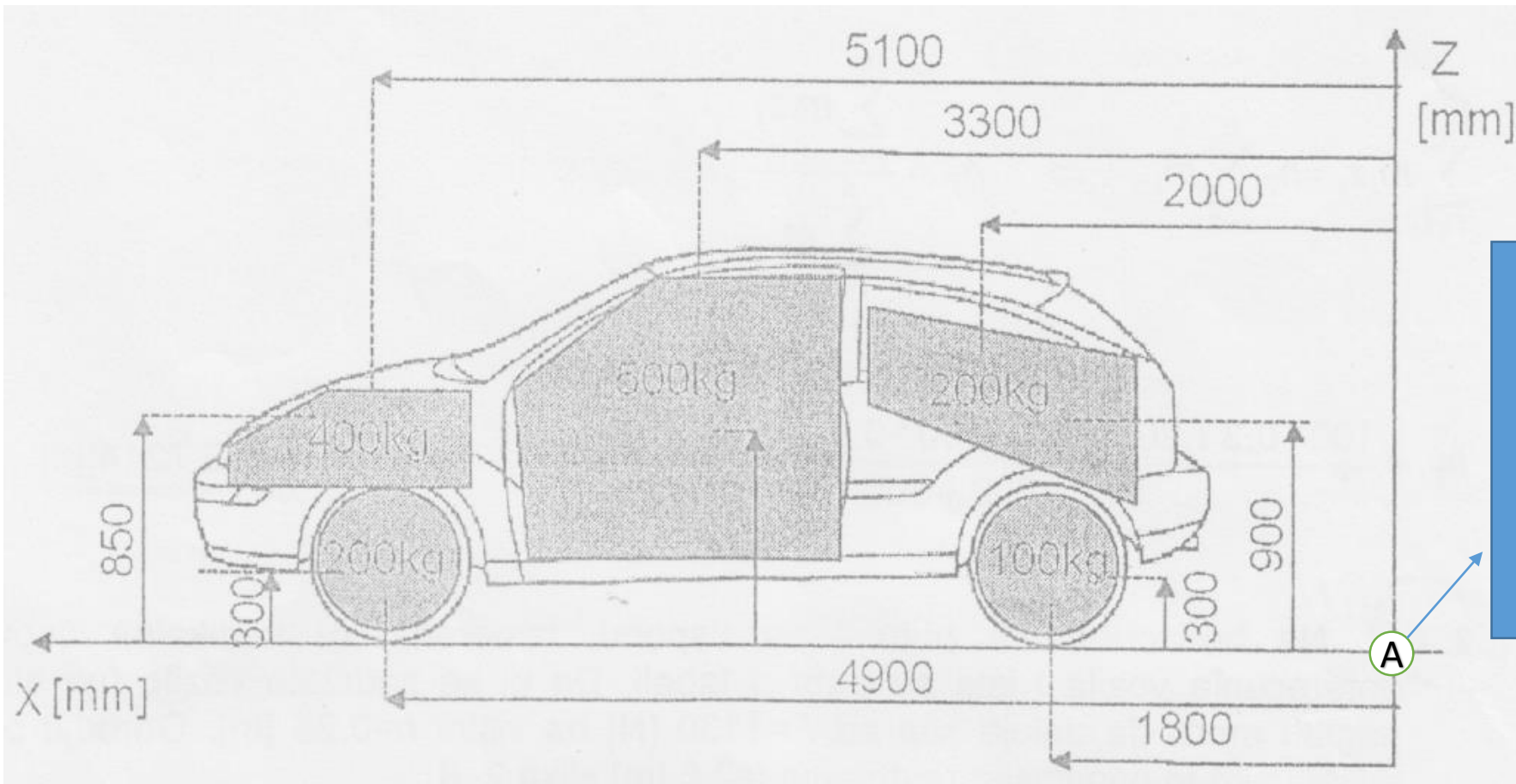
Висина тежишта износи **0,883 m**

Задатак 2.

Одредити положај и координате тежишта возила приказаног на слици.



Свака од ових маса има своје тежиште али свака маса на овом возилу има своју тежину (или боље да кажемо силу). Свака тежина делује на одређеној удаљености од координатног почетка, односно од тачке А. На слици су котиране удаљености ДЕЈСТВА тежина од координатног почетка.

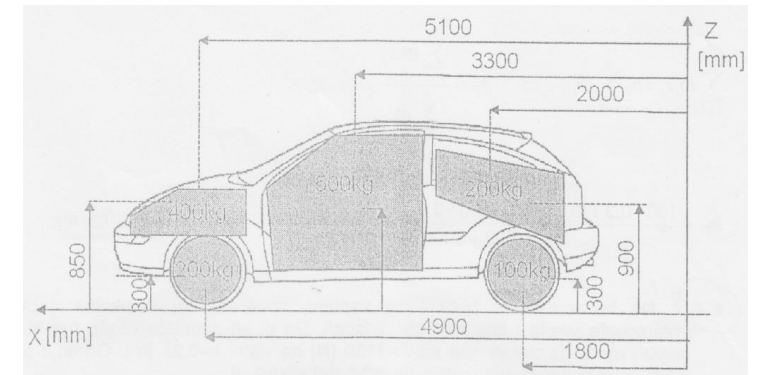
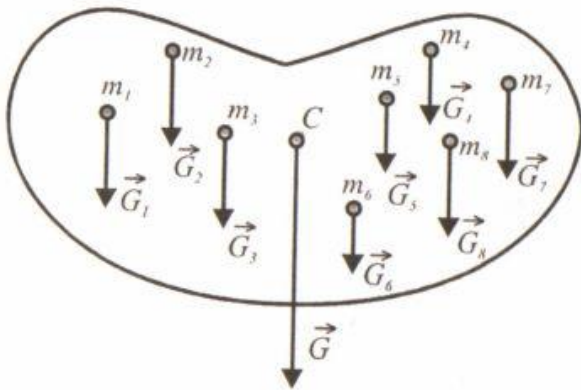


Постављамо тачку У
КООРДИНАТНИ ПОЧЕТАК
СИСТЕМА одакле ћемо
посматрати и рачунати све
моменте, за све силе које
имамо.

На самом почетку у решавању овог задатка морамо се подсетити једне од дефиниција тежишта:

Тежиште материјалног тела је "тачка у којој је садржана сва тежина тела".

Као што је приказано на овој слици сила G делује из тачке C , па је потребно и за возило наћи положај тежишта



На основу претходне дефиниције, следи да је удаљеност тежишта и збир свих маса (збир свих маса или маса возила) у овом случају једнака збиру свих производа масе, и удаљености од координатног почетка. На тај начин у наставку ћемо решавати задатак и објашњење следи на следећој страници.

Према претходно наведеном потребно израчунати положај тежишта и висину тежишта.

Када рачунамо положај тежишта у односу на предњу и задњу осовину (точкове предње и задње осовине) и расподелу маса, узимамо удаљености од тачке А које важе за осу X (са слике).

Према свему наведеном следи:

$$\sum_{i=1}^5 m_i \cdot x_i = l_1 \cdot \sum_{i=1}^5 m_i$$

m_i је маса једног елемента на возилу
 l_1 је удаљеност тежишта возила од координатног почетка
 x_i удаљеност тежишта елемента од координатног почетка на X оси.

Потребна удаљеност тежишта возила од координатног почетка l_1 , следи да је :

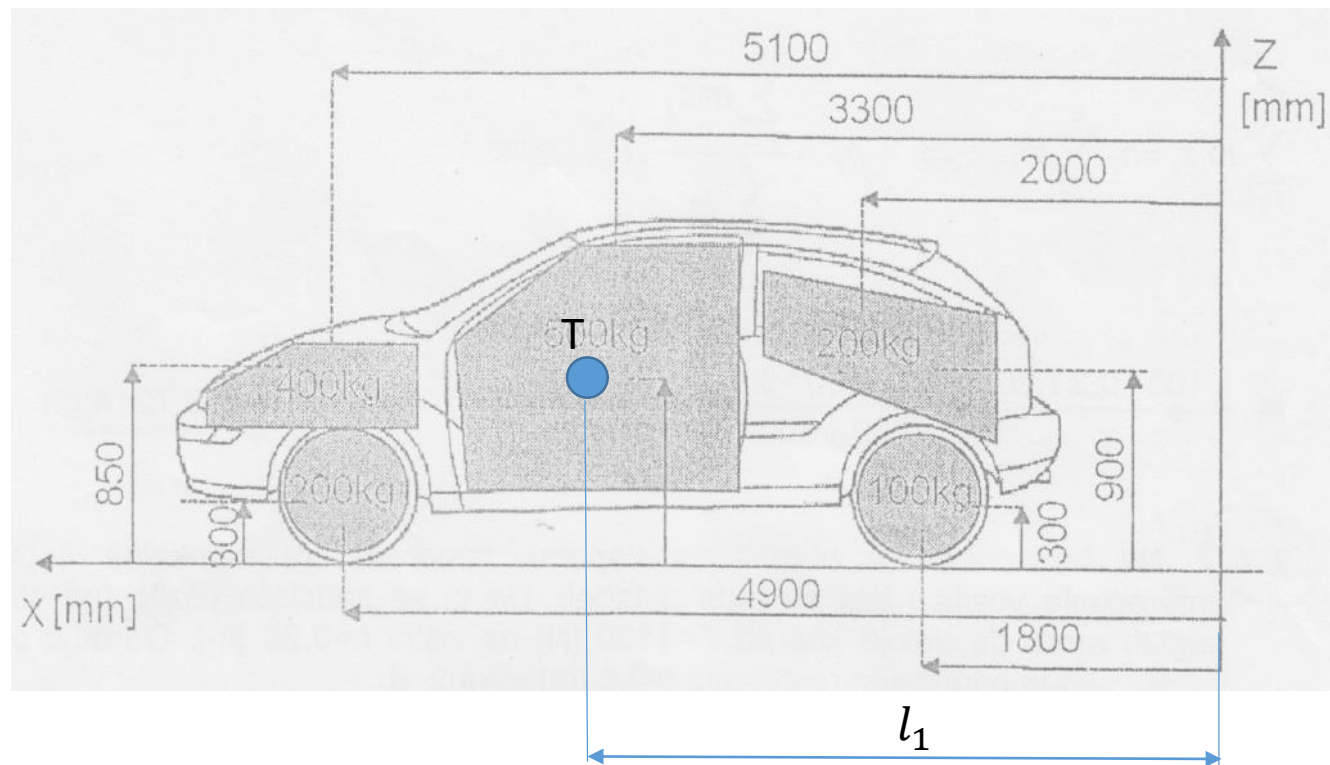
$$l_1 = \frac{\sum_{i=1}^5 m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^5 m_i}$$

$$l_1 = \frac{\sum_{i=1}^5 m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^5 m_i}$$

Величина l_1 представља удаљеност тежишта од координатног почетка

Рачунамо:

ТАЧКА Т ПРЕДСТАВЉА ТЕЖИШТЕ ВОЗИЛА



$$l_1 = \frac{100 \cdot 1,8 + 200 \cdot 2 + 500 \cdot 3,3 + 400 \cdot 5,1 + 200 \cdot 4,9}{100 + 200 + 500 + 200 + 400} = \frac{5250}{1400} = 3,75 \text{ m}$$

Сада је потребно израчунати колико износи међуосовинско растојање l , према слици:

$$l = 4,9 - 1,8$$

$$l = 3,1 \text{ m}$$

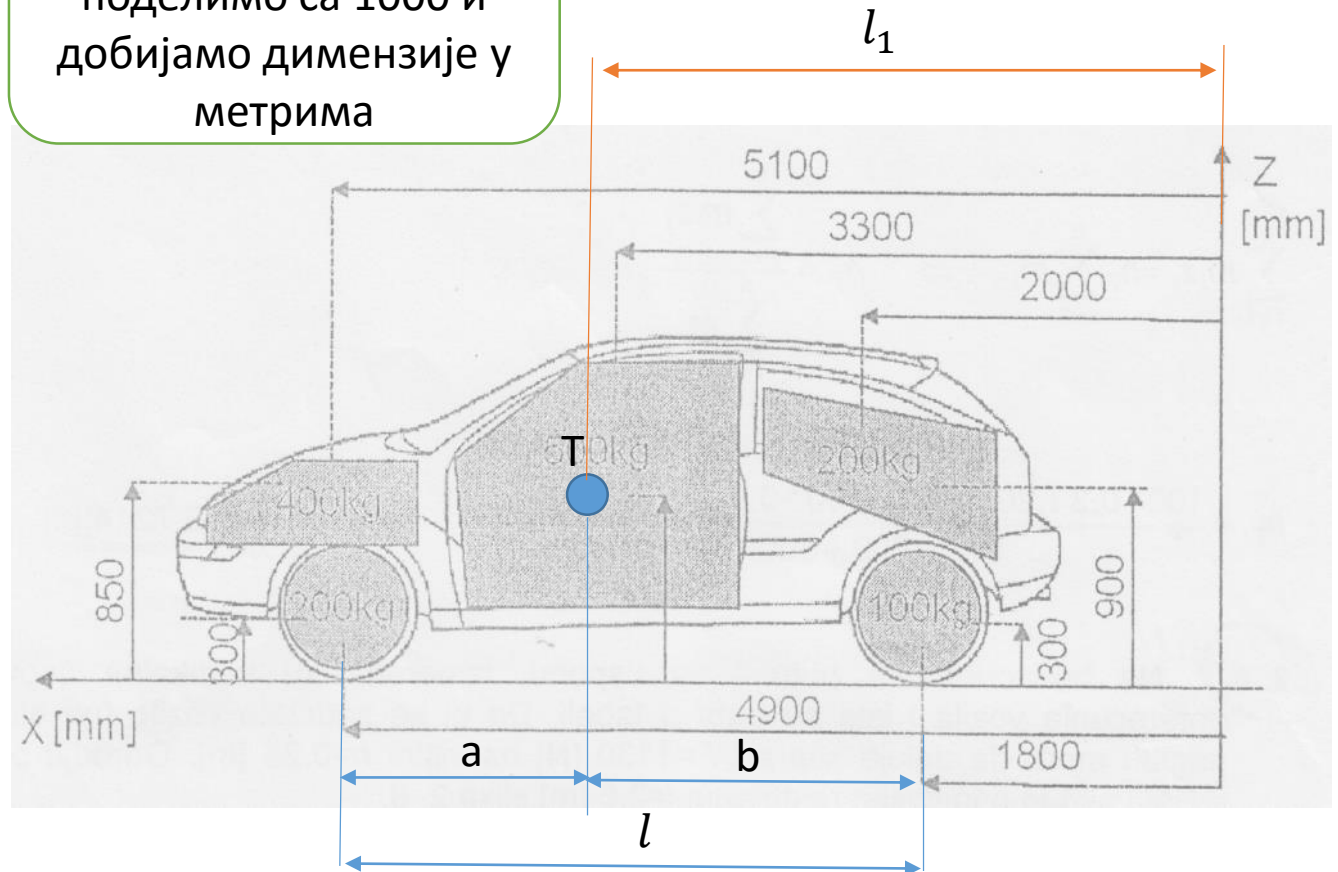
Када је познато и међуосовинско растојање могуће је израчунати растојање тежишта од предње осовине и од задње осовине (a и b)

За растојање тежишта од задње осовине важи:

$$b = l_1 - 1,8$$

$$b = 1,95 \text{ m}$$

Димензије на слици су дате у милиметрима, поделимо са 1000 и добијамо димензије у метрима



Затим следи прорачун растојања од предње осовине до тежишта:

$$a = l - b$$

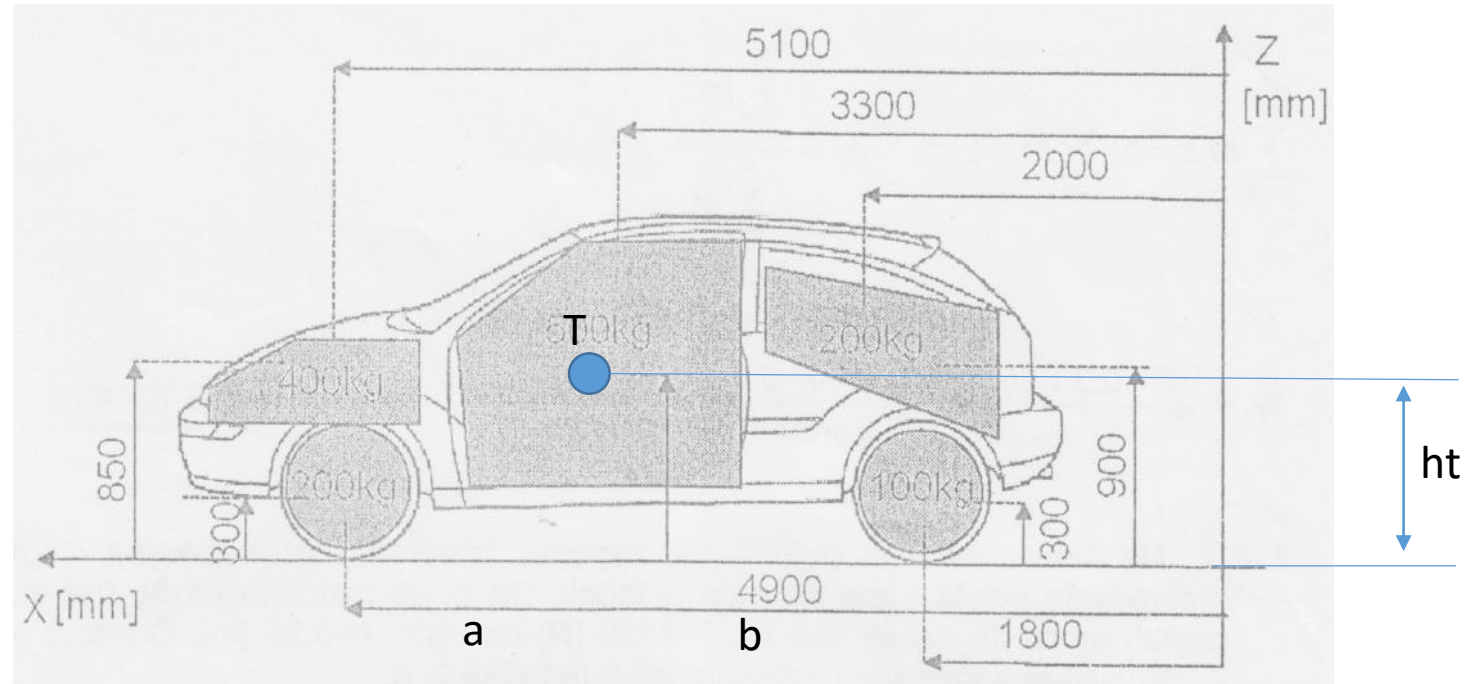
$$a = 3,1 - 1,9$$

$$a = 1,15 \text{ m}$$

Сада је познат положај тежишта у односу на предњу и задњу осовину.

Остаје нам да израчунамо висину тежишта!

Рачунамо слично као и у случају растојања тежишта од почетка координатног система до тежишта по X оси. У овом случају рачунамо исто само по Z оси.



$$\sum_{i=1}^5 m_i \cdot z_i = h_t \cdot \sum_{i=1}^5 m_i$$

Следи:

$$h_t = \frac{\sum_{i=1}^5 m_i \cdot z_i}{\sum_{i=1}^5 m_i}$$

Рачунамо

$$h_t = \frac{100 \cdot 0,3 + 200 \cdot 0,9 + 500 \cdot 0,8 + 400 \cdot 0,85 + 200 \cdot 0,3}{100 + 200 + 500 + 200 + 400} = \frac{1010}{1400} = \mathbf{0,7214 \text{ m}}$$

Сада знамо тачне координате тежишта!

Координате тежишта су приказане на слици испод, што је и решење задатка.

